

# Trabajo Fin de Grado

## Grado Ingeniería Aeroespacial

Vehículos Aeroespaciales

### Efectos Aerodinámicos en multirrotores cerca de obstáculos: Caracterización y Mapping

Autor: Víctor Martín López

Tutor: Guillermo Heredia

Co-Tutor: Pedro Jesús Sánchez Cuevas

**Dep. Ingeniería de Sistemas y Automática**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Grado  
Grado Ingeniería Aeroespacial  
Vehículos Aeroespaciales

# **Efectos Aerodinámicos en multirrotores cerca de obstáculos: Caracterización y Mapping**

Autor:  
Víctor Martín López

Tutor:  
Guillermo Heredia

Co-Tutor:  
Pedro Jesús Sánchez Cuevas

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2019





Proyecto Fin de Carrera: Efectos Aerodinámicos en multirrotores cerca de obstáculos: Caracterización y Mapping

Autor: Víctor Martín López

Tutor: Guillermo Heredia

Co-Tutor: Pedro Jesús Sánchez Cuevas

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mis maestros*

*A ella*



# Agradecimientos

---

Gracias a todos aquellos que siempre creyeron en mí.

Gracias al departamento de ingeniería de sistemas y automática, por la confianza depositada sobre mis hombros a la hora de realizar este trabajo.

Gracias a Pedro, por aguantar las idas y venidas del proyecto y en muchas ocasiones echar algo más que una mano.

Gracias a mis amigos por esos momentos tan necesarios para despejarse.

Y, sobre todo, gracias a mi pareja y familia, quienes siempre han estado ahí para dar su apoyo incondicional y han tenido que soportarme a lo largo de todos estos años.

*Víctor Martín López*

*Sevilla, 2019*



# Resumen

---

El objetivo principal de este Trabajo de Fin de Grado es el estudio de los efectos aerodinámicos que se producen por el vuelo de rotores en el entorno de obstáculos. Además de eso, busca el desarrollo de un medio que permita la generación de un mapeado de los mismos para entornos definidos.

Para esto, deberá hacerse uso de los estudios previos existentes sobre la caracterización de los efectos aerodinámicos mencionados. De igual forma, será necesaria la realización de ensayos experimentales, justificados por la inexistencia de resultados previos para algunos casos, completando de esta forma el conocimiento del comportamiento de los rotores en las proximidades de los obstáculos.

Finalmente, el proyecto concluirá con el desarrollo de un programa encargado de implementar los datos recopilados. Permitiendo la obtención de los mapas de perturbaciones aerodinámicas con las condiciones del entorno definidas.





# Abstract

---

The main objective of this Final Degree Project is the study of the aerodynamic effects which take place in the event of a rotor flying close to different obstacles. Moreover, it looks for the development of a mean which allows the generation of a map of them for known environments.

In order to achieve that, it will be necessary making use of existing previous results related to the characterization of the aerodynamic effects mentioned above. Likewise, there will be need for carrying experiments, justified by the lack of previous results when it comes to certain situations, closing up the knowledge about the behaviour of a rotor in the surroundings of an obstacle.

To conclude, the project will head to the development of a program which will implement all the gathered data. Allowing the user to obtain the aerodynamic perturbations map for the defined environment conditions.

# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>IX</b>
<b>Resumen</b>	<b>XI</b>
<b>Abstract</b>	<b>XIII</b>
<b>Índice</b>	<b>XIV</b>
<b>1 Introducción y Objetivos</b>	<b>1</b>
1.1 Definición del Problema	3
1.2 Hipótesis de partida	5
1.3 Estructura del Documento	5
<b>2 Estado del Arte</b>	<b>7</b>
2.1 Modelo dinámico de un quadrotor	7
2.2 Estudios previos sobre efectos aerodinámicos	10
2.2.1 Efecto suelo	10
2.2.2 Efecto techo	13
2.3 Contribuciones del Trabajo	14
<b>3 Ensayos Experimentales</b>	<b>15</b>
3.1 Banco de Ensayos	15
3.1.1 Hardware	16
3.1.2 Software	18
3.2 Procedimiento de Ensayo	19
3.2.1 Esquinas	21
3.2.2 Obstáculos circulares	22
3.3 Conclusión de los Experimentos	23
<b>4 Desarrollo del Programa</b>	<b>25</b>
4.1 Arquitectura	25
4.1.1 Mallado	25
4.1.2 Obstáculos	26
4.2 Mapa de Perturbaciones	33
<b>5 Líneas Futuras de Investigación</b>	<b>37</b>
5.1 Conclusiones generales	37
5.2 Trabajos futuros	37
<b>Bibliografía</b>	<b>39</b>
<b>Anexo: Códigos</b>	<b>41</b>
<i>pert_mat_1Robs</i>	41
<i>pert_map_1Cobs</i>	44
<i>pert_map_nRobs</i>	45
<i>pert_map_nCobs</i>	48
<i>pert_map_final</i>	51





# 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

---

En la actualidad, cada vez son más las aplicaciones en las que se utilizan sistemas no tripulados (UAV) [1], principalmente hablamos de aeronaves de ala rotatoria como los multirrotores. Dichas aplicaciones surgieron inicialmente con plataformas que se encargaban de obtener información a través de diferentes sensores. Sin embargo, en los últimos años ha aparecido lo que se conoce como la robótica aérea de manipulación la cual ha abierto significativamente el espectro de funcionalidades de los UAVs (Ilustración 1) [2].

La manipulación aérea es una rama de la robótica y la aeronáutica combinando vehículos aéreos no tripulados con robots manipuladores dando lugar a lo que se conoce en la literatura como “aerial robots” o robots aéreos. El crecimiento del interés en estos robots aéreos y en general en la manipulación aérea viene motivado por el gran abanico de aplicaciones que son capaces de desempeñar. Entre estas pueden encontrarse tareas relacionadas con la colaboración con las personas para mejorar sus condiciones laborales en términos de seguridad y automatización, por ejemplo, en trabajos en altura o tareas de inspección y mantenimiento de infraestructuras o plantas industriales de forma totalmente autónoma [3][4].



Ilustración 1 Evolución de aplicaciones

Previamente a la manipulación aérea, la mayoría de las aplicaciones que han llegado a la explotación comercial o aplicaciones con un alto TRL (Technology readiness levels) se han limitado a la toma de imágenes o información del entorno sin interactuar con él. En este tipo de aplicaciones, la dinámica de la aeronave no se ve afectada por la presencia del mismo, ya que, generalmente estos vuelos se hacen en entornos de seguridad alejados de obstáculos y objetos, sin contacto directo con el mismo y sin cambios en la masa de la aeronave, por lo que las ecuaciones dinámicas que rigen el comportamiento del vehículo no dependen del entorno ni de factores externos a él.

Bajo estas condiciones no es necesario ir más allá en cuanto a modelado y control debido a que el vehículo aéreo no es más que un sensor funcionando dentro de sus condiciones de diseño. Por contra, la manipulación aérea exige en la mayoría de sus casos un cambio en la dinámica del vehículo, bien por entrar en contacto con el medio, por acercarse al mismo o por cambiar su distribución de masas al soltar un objeto. Los proyectos AEROARMS [5], AEROBI [6], RESIST [7], ARCAS [8] o HYFLIERS [9] son algunos ejemplos de aplicaciones industriales de la manipulación aérea.

Las aplicaciones de la robótica aérea generalmente imponen la necesidad de volar muy cerca de distintos tipos de obstáculos para llevar a cabo la tarea para la que han sido diseñados [10]. Generalmente, durante estas tareas de vuelo cercano a objetos es cuando se exige una mayor precisión al desempeño de la plataforma aérea y además donde como norma general aparecen la mayoría de las perturbaciones sobre la misma, una parte importante de estas perturbaciones son aquellas conocidas como efectos aerodinámicos cerca de objetos o perturbaciones aerodinámicas [11].

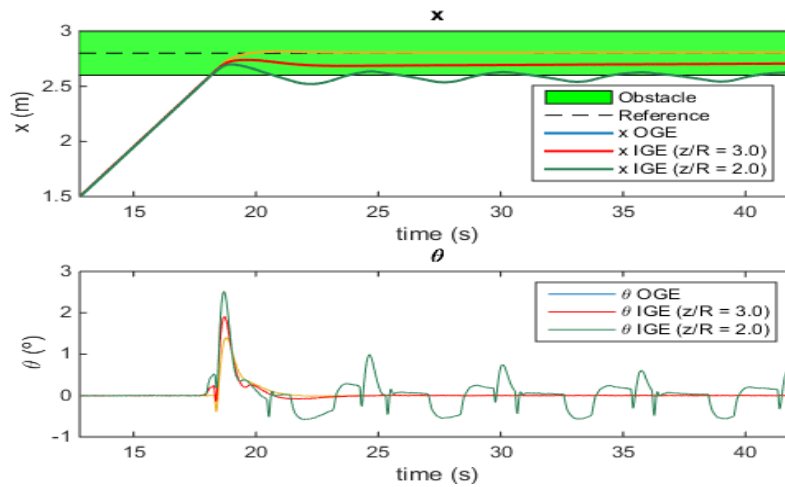


Ilustración 2 Controlador PID en vuelo a punto fijo sobre un obstáculo

En la Ilustración 2 [12] puede observarse el comportamiento mencionado anteriormente, cuando el sistema no se ve afectado por el obstáculo, la respuesta del controlador es buena (línea naranja). Sin embargo, a medida que se acerca (líneas roja y verde respectivamente), la respuesta del controlador empeora cada vez más.

El objetivo de este trabajo es desarrollar una herramienta capaz de proporcionar una primera aproximación de las perturbaciones aerodinámicas que sufren las plataformas aéreas del tipo multirrotor cuando se encuentra volando cerca de uno o varios obstáculos durante el desempeño de su misión dentro de una instalación industrial, refinería, etc. Dichas aproximaciones se aglutinarán en un mapa aerodinámico del entorno que podrá utilizarse posteriormente para desarrollar controladores o planificadores basados en dicho mapa aerodinámico para optimizar los recursos durante la fase de navegación y garantizar la precisión durante las operaciones de las plataformas cuando operan cerca de objetos. Esto se hace necesario, debido a que los controladores lineales clásicamente usados en las plataformas aéreas no son capaces de resolver o garantizar la correcta operación de dichas aeronaves cuando operan cerca de objetos.

En las siguientes secciones se procederá a definir el problema propuesto y la línea a seguir para la resolución de éste, permitiendo al lector seguir con fluidez el desarrollo de la resolución.

## 1.1 Definición del Problema

Como se ha comentado anteriormente, el objetivo del trabajo es desarrollar una herramienta que genere un mapa de efectos aerodinámicos que sirva como punto de partida para tareas de control o planificación en entornos con múltiples objetos. Para enfrentar dicha cuestión, se hace necesario definir un problema que facilite la identificación de los retos que habrán de ser superados y sobre los que será necesario focalizar los esfuerzos del estudio que se va a llevar a cabo.

En esta primera aproximación se va a abordar el problema desde un punto de vista bidimensional (Ilustración 3) por diferentes motivos. El plano bidimensional no es únicamente una forma de simplificar el problema, su uso tiene justificación para casos en los que la sección bidimensional del obstáculo es representativa del mismo y puede obtenerse el obstáculo proyectando la forma bidimensional en la dirección perpendicular al plano considerado, ejemplo de esto podrían ser las tuberías, cuya sección representativa puede verse en la Ilustración 3. Además de esto, la dimensión del obstáculo asociada al eje perpendicular al plano deberá ser mayor que las dimensiones características del sistema que se esté considerando, esto permite, que los resultados extraídos para el plano bidimensional puedan considerarse válidos para el caso tridimensional, por poder suponer que en todos los planos paralelos al plano que se considera se generan unas condiciones similares. Por último, la elección de la forma de los obstáculos viene motivada por el tipo de obstáculos que espera encontrarse en las posibles aplicaciones para las que se plantea el uso de drones, tales como instalaciones industriales y refinerías (antes mencionadas), pudiendo simular los perfiles circulares tuberías y los rectangulares escalones, cajas, salientes, etc.

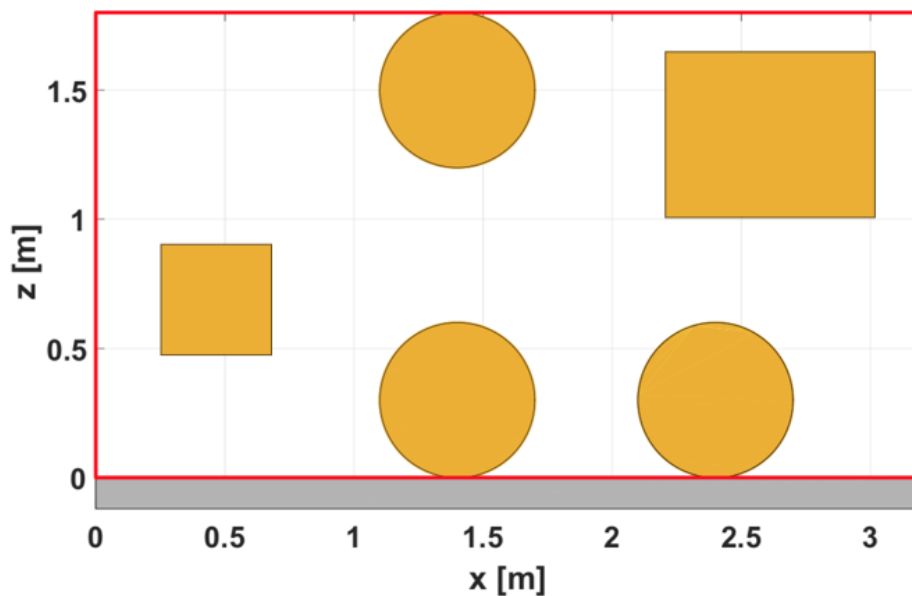


Ilustración 3 Ejemplo de escenario de aplicación

El objetivo final es desarrollar una herramienta que modele cualquier escenario propuesto, por ello es necesario definir el formato de entrada y de salida de los resultados. Tal que:

En cuanto a la definición del escenario, el formato de entrada a la será:

- Las dimensiones del mapa serán especificadas mediante un vector fila de componentes *[ancho alto]*, este vector servirá para determinar el tamaño del escenario que desea estudiarse y en el que posteriormente se calculan las perturbaciones aerodinámicas existentes.
- El tamaño de la hélice que se ha de utilizar para los cálculos será indicado por medio de un escalar que determina el radio de ésta.

- Por último, se tendrán las matrices de obstáculos, cada fila de la matriz define un obstáculo concreto, pudiendo así proporcionar distintos obstáculos con una matriz como la presentada en la Ilustración 4.

$$C_{obs} = \begin{bmatrix} x^1 & z^1 & r^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x^i & z^i & r^i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x^n & z^n & r^n \end{bmatrix} \quad R_{obs} = \begin{bmatrix} x_1^1 & z_1^1 & w^1 & h^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^j & z_1^j & w^j & h^j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^m & z_1^m & w^m & h^m \end{bmatrix}$$

Ilustración 4 Formato de las matrices de obstáculos

Las componentes  $x^i$  y  $z^i$  representan la posición del centro del obstáculo circular  $i$ , mientras que la  $r^i$  define su radio. Para el caso rectangular, las componentes  $x^j$  y  $z^j$  representan la posición del vértice inferior izquierdo y  $w^j$  y  $h^j$  especifican el ancho y el alto del obstáculo respectivamente.

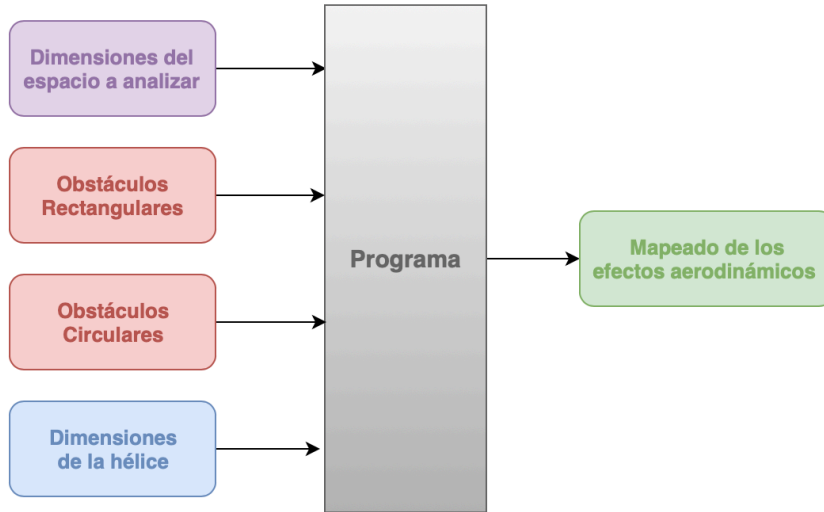


Ilustración 5 Diagrama de bloques del funcionamiento de la aplicación

Por último, dicha herramienta será programada en el entorno MATLAB y MATLAB/SIMULINK para facilitar al usuario de la misma tratar con ella desde un lenguaje de programación de alto nivel. En la Ilustración 5, se puede observar el funcionamiento básico del sistema final. El usuario se encargará de proporcionar las variables de entrada (expuestas en el lateral izquierdo: dimensiones del espacio a analizar, obstáculos rectangulares, obstáculos circulares y dimensiones de la hélice) y a la salida (lateral derecho) obtendrá el mapeado de los efectos aerodinámicos para el entorno que definen las variables proporcionadas.



## 1.2 Hipótesis de partida

Para la obtención de una primera aproximación a la herramienta capaz de calcular los efectos aerodinámicos, sufridos por un multicóptero en vuelo próximo a superficies, predecir el comportamiento del sistema en dichas situaciones e integrar el modelo aerodinámico. Ha sido necesario hacer las siguientes hipótesis que simplifican los cálculos a realizar.

La primera viene dada por el hecho de que se trabajará en un plano vertical. Esto hace que únicamente sea necesario considerar las variaciones en las dos dimensiones del plano de trabajo, agilizando los cálculos enormemente al no tener en cuenta efectos provocados por elementos en distintos planos.

La siguiente es que se va a considerar que cada rotor es perturbado de forma independiente al resto. Dichas perturbaciones se pueden extrapolar al multirrotor, calculando las fuerzas y momentos que las mismos provocan en el sistema al conocer las distancias al centro de gravedad de los distintos motores e inercias de los ejes, fijadas por la configuración de la plataforma.

Sobre el rotor se tienen otras dos simplificaciones, una es que sólo se analizará el incremento de empuje que recibe el mismo, despreciando los momentos y fuerzas laterales, y otra, relativa a la actitud del rotor, suponiendo que siempre estará en posición horizontal, lo que generará una corriente de aire en la dirección vertical. Dado que durante las aplicaciones de manipulación y el vuelo muy cercano a objetos, el desplazamiento de la plataforma será muy lento, la hipótesis se aproxima en gran medida a la realidad, pues obliga a los rotores a estar prácticamente horizontales durante el desarrollo de la tarea. Debido a estas dos condiciones relativas al rotor, se pueden despreciar las perturbaciones que generarán los laterales de los obstáculos, pues no existirán elementos en la columna de aire que interfieran en el incremento de empuje.

Con todas estas simplificaciones, se obtendrá una herramienta con una aplicabilidad muy limitada. Sin embargo, como ya se ha mencionado, en este proyecto no se busca conseguir esa herramienta final capaz de computar todas las posibles variables que existen, sino dar un primer paso hacia el entendimiento del funcionamiento de ésta y así llegar a obtenerla en un futuro.

## 1.3 Estructura del Documento

En este apartado se determina el desarrollo que seguirá el proyecto, presentando una breve indicación de los conceptos tratados en cada parte, permitiendo así que el lector encuentre la información deseada con mayor facilidad.

En el **capítulo 1** se han introducido las motivaciones y objetivos que han dado pie a la creación de este proyecto, también se ha definido el problema que se desea resolver y se han presentado las hipótesis que se tomarán para ello.

En el **capítulo 2** se presentará la física que determina el comportamiento de las fuerzas que actúan sobre los dispositivos de alas rotatorias, asimismo, se explica cómo se pueden utilizar los conocimientos teóricos ya existentes para caracterizar las perturbaciones que se pueden encontrar en algunas situaciones.

A lo largo del **capítulo 3**, se exponen los procesos seguidos para la obtención de resultados experimentales que permitan caracterizar el comportamiento de las variaciones en las fuerzas aerodinámicas cuando el sistema se encuentra en las proximidades de los obstáculos.

El **capítulo 4** muestra cómo se han utilizado los resultados obtenidos en los capítulos 2 y 3 para crear la herramienta en MATLAB que permite el cálculo de las perturbaciones aerodinámicas en función de la posición del dispositivo dentro del escenario definido.

Finalmente, en el **capítulo 5** se presentan posibles mejoras para la continuación de esta línea de investigación.



## 2 ESTADO DEL ARTE

Esta sección está enfocada al estudio del estado del arte relacionado con los efectos aerodinámicos que aparecen en multirrotores.

El primer paso será analizar el modelo dinámico de un multirrotor quadrotor, para interpretar en que parte del mismo se manifiesta dicha perturbación o efecto aerodinámico. A continuación, se expondrán los modelos previos de efectos aerodinámicos utilizados en la literatura clásica y actual. Además, estos mismos serán el punto de partida para el análisis experimental de aquellas situaciones que no hayan sido previamente estudiadas pero que, sin embargo, pueden aparecer en el entorno de diferentes obstáculos como los que se plantean en sección 1.1 de este documento, los cuales están basados en los obstáculos reales que se encuentran en las aplicaciones finales de los proyectos citados en la motivación presentada en la introducción del mismo. Todo esto es necesario ya que, para llegar a la obtención de la herramienta buscada, es imperativo conocer el comportamiento de los rotores en el entorno de las distintas superficies que posteriormente serán incluidas en la misma. Por último, en la última sección del capítulo se presentan las contribuciones principales del trabajo, la motivación y la justificación del mismo

### 2.1 Modelo dinámico de un quadrotor

En este apartado se presentan las ecuaciones dinámicas que rigen el comportamiento de un multirrotor quadrotor a través de su modelado dinámico, posteriormente se mostrarán los distintos modelos analíticos utilizados para la caracterización del comportamiento del rotor en el entorno de los obstáculos.

Ambos resultados, se utilizarán a posteriori para aclarar la dirección de la investigación aquí desarrollada y su motivación y aplicabilidad en el marco de la robótica aérea de manipulación e inspección.

#### 2.1.1.1 Sistema de referencia

El primer paso del modelado dinámico de cualquier sistema es definir su sistema de referencia, ya que será en él, en el que se describirán los modelos que posteriormente se explicarán.

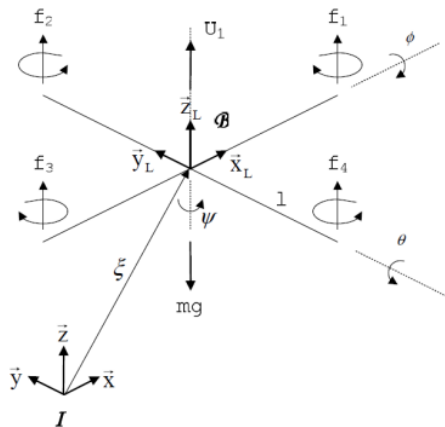


Ilustración 6 Sistemas de referencia cuerpo (B) e inercial (I) y fuerzas existentes en un quadrotor

La plataforma tiene ligada a sí misma unos ejes, conocidos como ejes cuerpo (B en la Ilustración 6), éstos tienen su origen en el centro de masas del vehículo y se mueven junto con él. Para pasar de dichos ejes a los inerciales (I en la Ilustración 6), será necesario utilizar las matrices de rotación que vienen definidas por los ángulos de Euler (rotación en  $\vec{x} \rightarrow \phi$ ,  $\vec{y} \rightarrow \theta$ ,  $\vec{z} \rightarrow \psi$ ) de la siguiente forma, incluyendo también la que pasa las velocidades angulares del sólido al sistema inercial:

$$R_I = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Donde  $[p \ q \ r]^T$  son las velocidades angulares del sistema referenciadas a ejes cuerpo.

### 2.1.1.2 Formulación de Newton-Euler

Una vez fijados el sistema de referencia y las principales variables, se procede a definir el modelo dinámico que rige el comportamiento de la plataforma. Se ha escogido la formulación de Newton-Euler, por ser en ella más evidente la dependencia de la dinámica del sistema con lo que ocurre en el entorno de los rotores, lo que será utilizado más adelante, aunque también es usualmente utilizada la formulación de Lagrange-Euler.

Por simplicidad, no se va a entrar a explicar las demostraciones matemáticas del modelo, únicamente se van a introducir las ecuaciones y variables utilizadas para el modelo en cuestión.

Debe comenzarse por especificar el vector de estado, el cual contiene las variables necesarias para conocer el estado dinámico del sistema en cada instante:

$$\zeta = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Siendo:

- $x, y, z$  las coordenadas cartesianas del sistemas
- $u_0, v_0, w_0$  las velocidades del sistema
- $\phi, \theta, \psi$  los ángulos de Euler o rotaciones respectivas a cada eje del sistema (B)
- $p, q, r$  las velocidades angulares del sistema de referencia fijado al sólido rígido (B)

Se ha escogido dicho vector de estado para facilitar la resolución del sistema de ecuaciones de movimiento definidas por el modelo de Newton-Euler, pues dicho sistema nos definirá la variación del vector de estado, quedando como puede verse a continuación:

$$\dot{\zeta} = \begin{cases} \dot{x} = u_0 \\ \dot{y} = v_0 \\ \dot{z} = w_0 \\ \dot{u}_0 = \frac{1}{m} (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) U_1 + \frac{A_x}{m} \\ \dot{v}_0 = \frac{1}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) U_1 + \frac{A_y}{m} \\ \dot{w}_0 = -g + \frac{1}{m} (\cos \theta \cos \phi) U_1 + \frac{A_z}{m} \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \\ \dot{p} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr - \frac{I_R \Omega}{I_{xx}} q + \frac{l}{I_{xx}} U_2 + \frac{A_p}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr + \frac{I_R \Omega}{I_{yy}} p + \frac{l}{I_{yy}} U_3 + \frac{A_q}{I_{yy}} \\ \dot{r} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \frac{1}{I_{zz}} U_4 + \frac{A_r}{I_{zz}} \end{cases}$$

Siendo:

- $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  las inercias respecto a cada eje
- $I_R$  el momento de inercia del motor alrededor de su eje
- $A_x, A_y, A_z, A_p, A_q, A_r$  las fuerzas y pares aerodinámicos que actúan sobre el rotor
- $\Omega_i$  la velocidad de giro del motor  $i$
- $U_1 = \sum_{i=1}^4 b \Omega_i^2$
- $U_2 = b(\Omega_2^2 - \Omega_4^2)$
- $U_3 = b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)$
- $U_4 = k_\tau(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_2^2 - \Omega_4^2)$
- $k_\tau > 0$  una constante que modela el efecto de tensor del motor, siendo  $\tau_{drag} = k_\tau \Omega_i^2$

El comportamiento de la plataforma vendrá determinado por este sistema de ecuaciones diferenciales no lineales y acopladas, que puede resolverse de forma analítica obteniendo una linealización de éste y particularizándolo para un punto de trabajo concreto.

También es posible extraer de esta formulación, que el comportamiento general de la plataforma viene definido en su mayoría por lo que sucede en los rotores, lo cual es de gran importancia para este caso de estudio, pues se puede suponer que para estimar las perturbaciones generales del quadrotor, bastará con conocer dichas perturbaciones en el entorno de los rotores. Facilitando de esta forma los análisis a realizar, por poder focalizar los esfuerzos en la caracterización de los rotores en sí y no en el conjunto del vehículo. Dicha dependencia de la cinemática y la dinámica de los rotores se ejemplifica en el esquema que se muestra en la Ilustración 7.

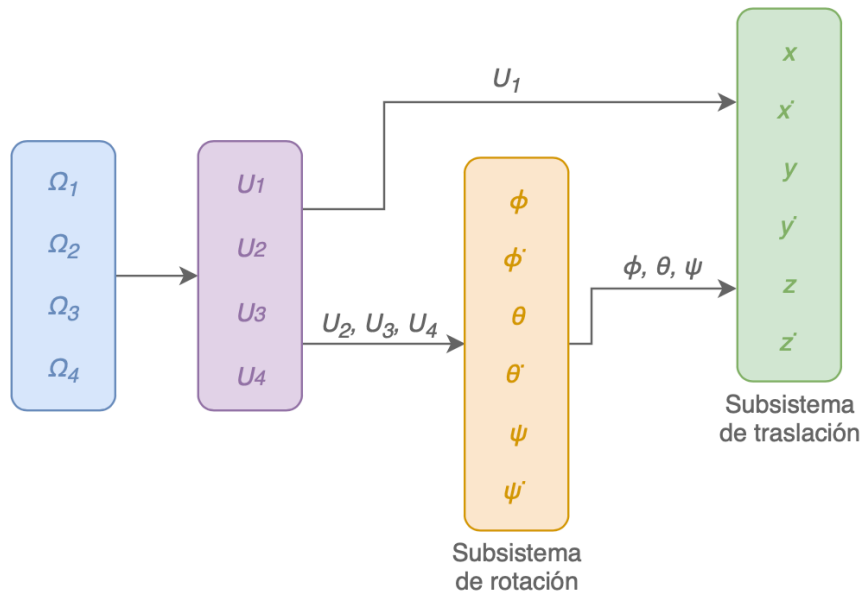


Ilustración 7 Diagrama de bloques ejemplificativo sobre las dependencias con los rotores

## 2.2 Estudios previos sobre efectos aerodinámicos

A pesar de la importancia de los efectos aerodinámicos en multirrotores volando cerca de objetos, estos no han sido muy estudiados por la comunidad científica en su conjunto. Existen estudios de tónica general [13], también modelos clásicos para el efecto suelo [12], aproximaciones experimentales para el efecto techo [4][14] y algo de información cerca de obstáculos circulares o esquinas.

Debido a que los más estudiados han sido los efectos que se producen al volar cerca del suelo y el techo, éstos serán usados como punto de partida para aproximarnos al problema final que queremos resolver. Además, a partir este análisis sobre el estado del arte de los efectos aerodinámicos cerca de obstáculos se fijarán las necesidades de modelado de los efectos aerodinámicos y los experimentos necesarios que han de realizarse para poder cumplir el objetivo del proyecto.

### 2.2.1 Efecto suelo

Uno de los fenómenos más estudiados de este contexto, es el conocido como efecto suelo. A través de los trabajos previos realizados, se pueden extraer varios modelos, tanto analíticos como experimentales, los cuales serán presentados y explicados a continuación.

#### 2.2.1.1 Estudio analítico

El efecto suelo es una perturbación que aparece cuando un cuerpo es sometido a una diferencia de presiones entre su parte superior e inferior, la cual puede existir para generar fuerzas aerodinámicas, se encuentra en las proximidades del suelo. El efecto se produce por la imposibilidad del campo fluido para homogeneizar libremente las presiones puesto que el suelo limita las direcciones en las que puede moverse (Ilustración 8). Dicho efecto se acentúa para régimen subsónico, pues estas perturbaciones se transmiten aguas arriba, modificando el campo de velocidades y por la aparición de compresibilidades. En general, este efecto se manifiesta como un aumento de la sustentación o empuje para el caso de alas rotatorias, permitiendo generar mayor fuerza útil para una misma potencia proporcionada.

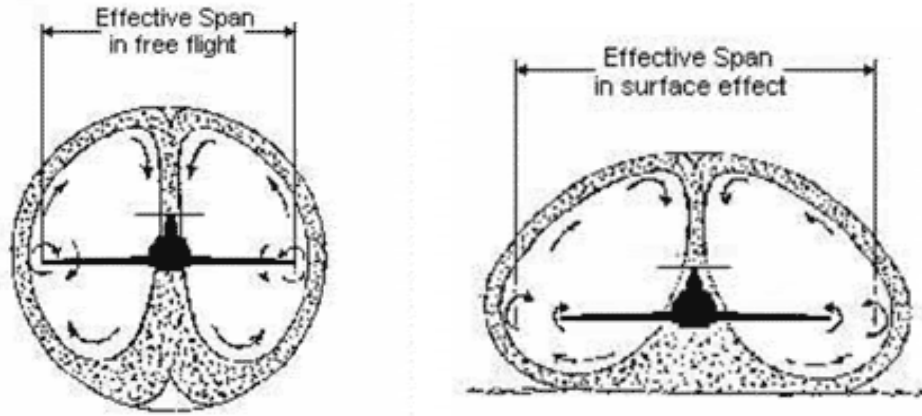


Ilustración 8 Ilustración del efecto suelo

En los resultados expuestos por el capítulo 2.4 de [10], en estado de preimpresión a fecha de la redacción de este documento, se muestra el proceso a seguir para la obtención de la expresión que caracteriza el incremento de empuje que sufre un rotor en el seno de dicho efecto, el cual procedemos a explicar de forma breve.

Asumiendo que la velocidad puede ser calculada como el gradiente de un potencial  $\vec{v} = \vec{\nabla}\phi$  y utilizando el potencial definido por el flujo generado por una fuente de intensidad constante,  $s$ . Se puede usar la siguiente ecuación para modelar un rotor de radio  $R$ , posicionado en  $x = 0, y = 0$  y  $z = h$ .

$$\phi = \frac{-s}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - h)^2}}$$

Con  $s = R^2 \frac{v_{IGE}}{4}$ .

Utilizando el potencial descrito arriba y el método de las imágenes, la ecuación puede ser reescrita modelando el comportamiento de un rotor situado en  $\vec{x} = (0,0,h)$  y otro en  $\vec{x} = (0,0,-h)$ , siendo  $h$  la distancia al suelo.

$$\phi = \frac{-s}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - h)^2}} + \frac{-s}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + h)^2}}$$

Derivando dicha ecuación puede obtenerse el campo de velocidad axial, el cual queda tal y como se muestra en la Ilustración 9.

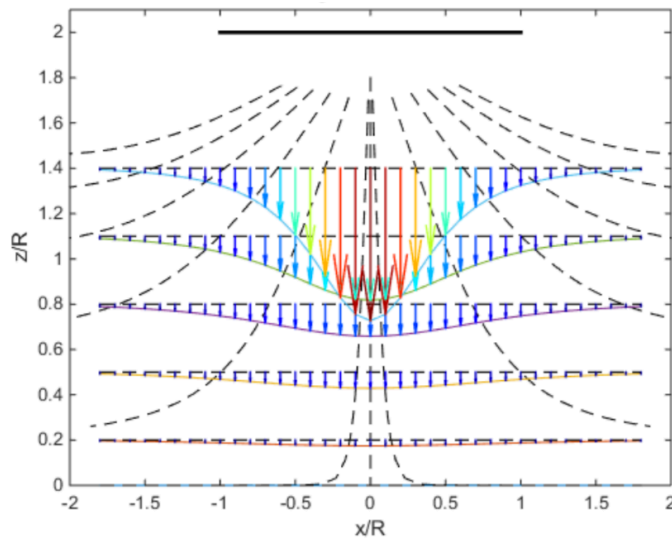


Ilustración 9 Campo de velocidades axial y líneas de corriente

Asumiendo que no existe interacción entre el rotor y su imagen, la velocidad axial y la velocidad axial inducida por la imagen respectivamente quedan como:

$$v_a = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{s(z-h)}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z-h)^2)^3}}$$

$$v_{ai} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{s(z+h)}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z+h)^2)^3}}$$

Asumiendo también que la potencia se mantiene constante ( $T_{IGE}v_{IGE} = T_{OGE}v_{OGE}$ ) y aplicando el principio de superposición y el método de las imágenes.

$$v_{IGE} = v_{OGE} - \delta v_{iim} v_{OGE}$$

Donde  $\delta v_{iim}$  es la velocidad axial inducida en el rotor situado en  $h$  por su imagen dividida por la velocidad axial fuera del efecto suelo en el mismo punto ( $v_{OGE}$ ).

$$\delta v_{iim} = \frac{s}{4h^2} = \frac{1}{16} \left( \frac{R}{h} \right)^2$$

Por lo que finalmente, se puede caracterizar la variación en el empuje como:

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{1 - \left( \frac{R}{4z} \right)^2}$$

Dicha ecuación, siendo la particularización para vuelo estático de los resultados expuesto en [15], puede considerarse apropiada siempre que las líneas de corriente vean la superficie como infinita. Este matiz puede ser problemático para el caso en estudio, pues los obstáculos, al contrario que el suelo, no siempre tienen dimensiones que puedan considerarse infinitas. Por ello, se ha considerado una simplificación a través de la cual, siempre y cuando la superficie se encuentre a una distancia vertical menor que la distancia de influencia (considerada igual al triple del radio de la hélice utilizada) y a una distancia horizontal de la esquina mayor que el radio de la hélice, las líneas de corriente no apreciarán la naturaleza finita de la superficie y por tanto la fórmula mostrada anteriormente se considerará válida. Además de esto, los resultados experimentales que serán obtenidos en apartados posteriores (0) la confirman, igualmente se presentará de forma gráfica esta zona de influencia más adelante. Para los puntos situados fuera de la zona de influencia determinada, será necesario llevar a cabo ensayos experimentales, los cuales serán explicados con mayor detenimiento a continuación.



### 2.2.1.2 Estudio experimental

Este efecto no sólo cuenta con un modelo analítico, el cual ha sido expuesto con anterioridad, sino que, también existen numerosos estudios que nos proporcionan resultados experimentales de las perturbaciones que genera el efecto suelo. Uno de ellos son los mostrados en [12].

En este estudio, entre otras cosas, se proporciona una comparativa entre los valores que predice el modelo analítico y los resultados experimentales que proporciona el ensayo en banco de un rotor único (Ilustración 10).

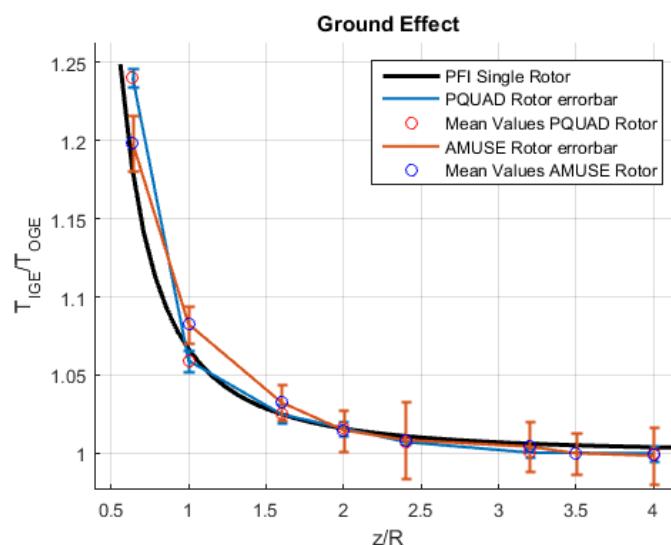


Ilustración 10 Efecto suelo para rotor único

Se puede observar que los resultados que proporciona el modelo analítico estudiado se aproximan en gran medida a los experimentales, lo que justifica su posterior uso para ser implementado en la herramienta a diseñar.

### 2.2.2 Efecto techo

Finalmente, existe el fenómeno análogo al efecto suelo cuando la superficie se encuentra en posición horizontal y por encima del cuerpo sometido a la diferencia de presiones. Dicho efecto es conocido como efecto techo y, al igual que su análogo, se presenta principalmente como un incremento en el empuje.

En los experimentos realizados en [16], se obtuvo la curva (Ilustración 11) que modela el incremento de empuje que genera el efecto techo.

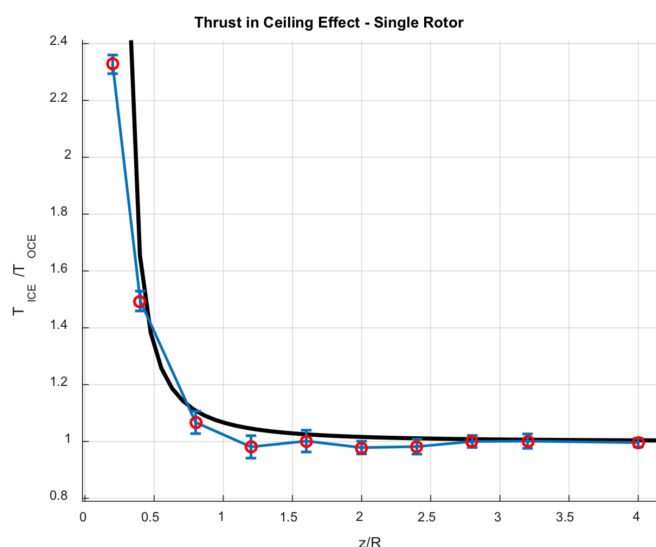


Ilustración 11 Efecto techo para rotor único

Con los resultados experimentales generados en el ensayo (línea azul), se utilizó una función matemática con un comportamiento similar a los mismos, permitiendo aproximar la caracterización del incremento de empuje a través de un modelo matemático (línea negra), con la siguiente expresión:

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{K_1} \left( \frac{R}{z + K_2} \right)^2}$$

Donde  $K_1 = 6.924$  y  $K_2 = 0.03782 \text{ m}$ .

Al igual que sucedía en el caso del modelo analítico del efecto suelo, la validez de dicha fórmula está sujeta a una placa plana horizontal e infinita, por lo que, para solventar dicho problema, se ha utilizado la misma hipótesis que para el efecto suelo, con una pequeña variación en la distancia de influencia vertical (que para este caso será igual al doble del radio de la hélice). Tal y como sucedía para el caso del efecto suelo, los puntos para los cuales no es válida dicha expresión deberán ser analizados de forma específica mediante ensayos experimentales, cuyo proceso y motivación se concretarán en apartados posteriores.

## 2.3 Contribuciones del Trabajo

Una vez descritos los resultados desde los que parte este estudio, podemos concretar cuáles serán las contribuciones principales del mismo a este campo de conocimiento.

La primera y principal, se trata del mapeo de los fenómenos de carácter aerodinámico en el entorno de los obstáculos. Esto es básicamente el objetivo principal del trabajo, que, mediante la creación de una herramienta en Matlab, pretende proporcionar la caracterización en el espacio de los distintos efectos aerodinámicos y cambios en el empuje que generan los obstáculos sobre un rotor. Para esto, será necesario asumir hipótesis sobre la superposición de las distintas perturbaciones existentes en cada punto, suponiendo una suma de ellas, hecho que será explicado en mayor profundidad en el apartado 4 (relativo al desarrollo de la herramienta y la resolución de problemas encontrados), el cual describe la programación de la herramienta y los problemas ligados a la interacción entre los distintos obstáculos.

La segunda aportación de este proyecto es la caracterización de los regímenes transitorios, esto es, la definición de las perturbaciones que sufre el sistema a medida que se aproxima al obstáculo y no sólo en puntos en los que se encuentra completamente sumido en los efectos aerodinámicos. Para esto será necesario llevar a cabo experimentos en los que se obtenga el valor de las variaciones en estos puntos que conforman la transición entre condiciones, dichos experimentos se realizarán utilizando el banco de ensayos diseñado en [17], el cual será descrito en profundidad en el siguiente apartado.

En tercer lugar, también se incluye en este trabajo el estudio del comportamiento de los rotores en el entorno de las tuberías, para el cual será necesario nuevamente llevar a cabo ensayos que caractericen los efectos aerodinámicos (una vez más, haciendo uso del banco de ensayos del que dispone el departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Sevilla).

Finalmente, la realización de este estudio es útil para muchos fines en el campo de los multirrotores. Uno de los cuales puede ser para aplicaciones que mejoren el control en vuelo próximo a obstáculos, por poder actualizar los controladores de la plataforma con las perturbaciones que se esperan en los distintos puntos del espacio, evitando así la problemática derivada del uso de controladores PID para el control en situaciones con perturbaciones no lineales, tal y como se ha explicado con anterioridad. Otro posible uso es para la planificación, al conocer con anterioridad al vuelo los efectos que generan los distintos obstáculos en el entorno de actuaciones, es posible incluir un módulo capaz de obtener distintas rutas en el espacio que sigan numerosos criterios de optimización, tales como el ahorro de batería, por poder hacer uso de los efectos que aumentan el empuje para una misma potencia proporcionada, permitiendo reducir la misma y así aumentar la autonomía, o reducir al máximo posible las perturbaciones a lo largo de la ruta, en caso de que se busque una mayor estabilidad.

# 3 ENSAYOS EXPERIMENTALES

Como se concluye en el apartado anterior, a pesar de que hay estudios previos enfocados en los efectos aerodinámicos cerca de obstáculos, estos han sido evaluados principalmente cuando el rotor está completamente cubierto por un obstáculo y no a medida que este se aproxima y aparece un efecto aerodinámico parcial. Para poder obtener un modelo de cómo se comporta un rotor en las proximidades de un obstáculo, así como para evaluar el efecto al volar cerca de tuberías fue necesario llevar a cabo experimentos con un banco de ensayos para determinar el comportamiento de los rotores en otros casos para los que no existían datos.

A lo largo de este apartado se describirán los materiales y software utilizados en estos ensayos y el proceso seguido para su realización, así como concretar las razones por las que son necesarios los experimentos para estos casos de estudio. Una vez queda cerrado como es el comportamiento de los rotores en las proximidades de los posibles obstáculos que puedan proporcionarse en el problema propuesto, los siguientes capítulos estarán enfocados en la implementación de los resultados para la creación de mapas de efectos aerodinámicos.

## 3.1 Banco de Ensayos

El banco de pruebas que se utilizará es el diseñado en [17], que tiene la siguiente arquitectura general (Ilustración 12).

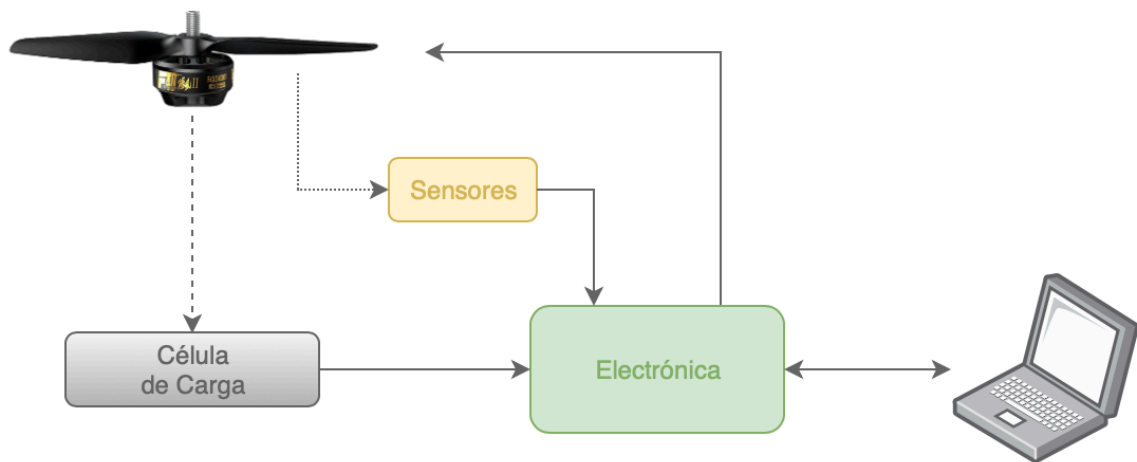


Ilustración 12 Diagrama de bloques sobre la arquitectura del banco

En éste, se conecta un dispositivo con el software necesario a la electrónica del sistema y esta, con los parámetros definidos por el usuario, se encarga de controlar el rotor y de recoger los datos del experimento. Tanto los de las fuerzas generadas, obtenidas a través de la célula de carga, como otros necesarios para verificar que se han cumplido las especificaciones definidas por el usuario (rpm, señal PWM enviada al motor, etc.).

A continuación, se procede a explicar en mayor detalle todos los elementos que componen el sistema, así como el proceso seguido para la obtención de los resultados buscados.

### 3.1.1 Hardware

El elemento principal del banco es la célula de carga, ésta será la encargada de proporcionar los valores de fuerza aplicados sobre la estructura. La célula debe soportar las cargas generadas por la estructura y el rotor y ha de tener una precisión acorde a la que se busca con los resultados del experimento, de lo contrario, los resultados no serían válidos.



Ilustración 13 Célula de carga

En este caso, la célula de carga escogida, la cual puede verse en la Ilustración 13, tiene un rango de carga de hasta 20kg, aunque, para favorecer la precisión, sólo se utilizará el rango de carga de 0-5kg. Dado que la lectura analógica que realiza la placa tiene un muestreo de 0-1024, reduciendo el rango total es posible obtener una mayor resolución en los resultados y, puesto que los rotores de una plataforma de este estilo no suelen proporcionar más de 5kg de empuje, no se incurre en un gran riesgo de saturar las lecturas. El resto de los datos técnicos pueden verificarse en la siguiente tabla (Ilustración 14), proveniente del distribuidor.

Altura Total	40mm
Anchura Total	150mm
Fuerza Medida	Compresión
Material de la Carcasa	Aluminio
Máxima Corriente de Excitación	15V dc
Profundidad Total	29.5mm
Rango de Medida de Fuerza/Carga	20kg
Salida a Carga Nominal	2mV/V
Temperatura de Funcionamiento Máxima	+40°C
Temperatura de Funcionamiento Mínima	-10°C
Tipo de Terminal	Conexión de cable
Índice de Protección IP	IP67

Ilustración 14 Datos técnicos de la célula de carga

El segundo elemento, y quizás el más llamativo, es la estructura del banco. Ésta ha sido diseñada en forma de L y articulada en su esquina, con esto se consigue una estructura externamente isostática y se evita la generación de momentos en otros puntos de la misma, de forma que las medidas registradas por la célula de carga sean válidas al no verse influidas por éstos. El esquema de la Ilustración 15 muestra la configuración de la estructura para alcanzar el objetivo deseado.

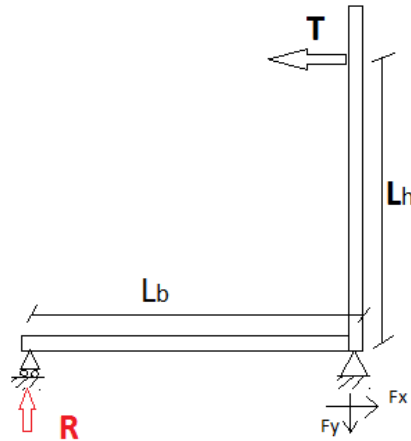


Ilustración 15 Esquema de la estructura

Con esta disposición, el cálculo de la tracción que ejerce el rotor puede hacerse mediante las ecuaciones de equilibrio:

$$F_x = T$$

$$F_y = R$$

$$RL_b - TL_h = 0 \rightarrow T = R \frac{L_b}{L_h}$$

Por lo que, conociendo la longitud de los brazos y las lecturas de la célula de carga, el cálculo de la fuerza que aplica el rotor sobre la estructura es trivial.

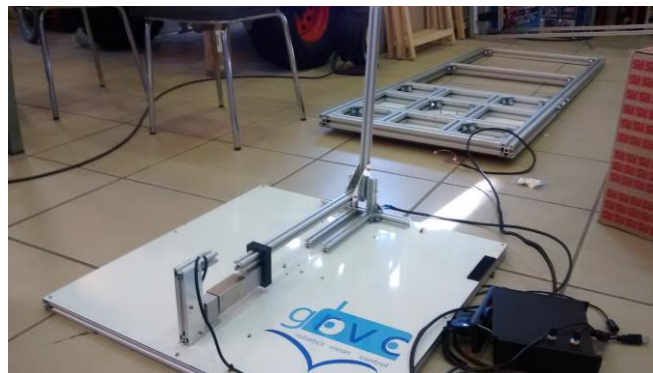


Ilustración 16 Estructura del banco

A su vez, el banco también cuenta con una placa Arduino, que se encarga de enviar las señales de control al ESC del rotor y de la recogida de datos generados por la célula de carga, así como de otros sensores encargados de registrar varias condiciones del ensayo (como las RPM y la señal PWM del rotor) y enviarlos a un PC a través de un puerto serie.

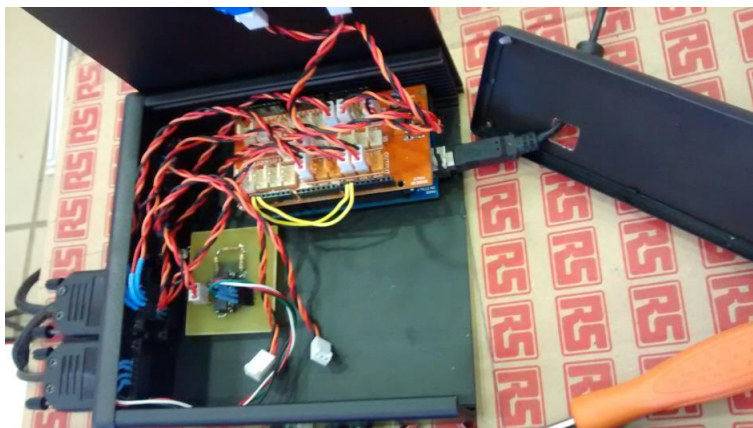


Ilustración 17 Electrónica del banco

Como puede verse en la Ilustración 17, la caja de electrónica contiene la placa de Arduino (cubierta por un shield para facilitar la conexión de los numerosos puertos de sensores) y otra PCB extra para la adaptación de la salida proporcionada por la célula de carga a los valores de lectura de la placa Arduino.

### 3.1.2 Software

Además de los elementos físicos, también es necesaria la utilización de un software que se encargue de generar y administrar todas las órdenes y datos para la realización del ensayo. En este caso, el software utilizado será una aplicación creada en el entorno Matlab, capaz de comunicarse con la placa Arduino, encargada de las funciones del experimento.

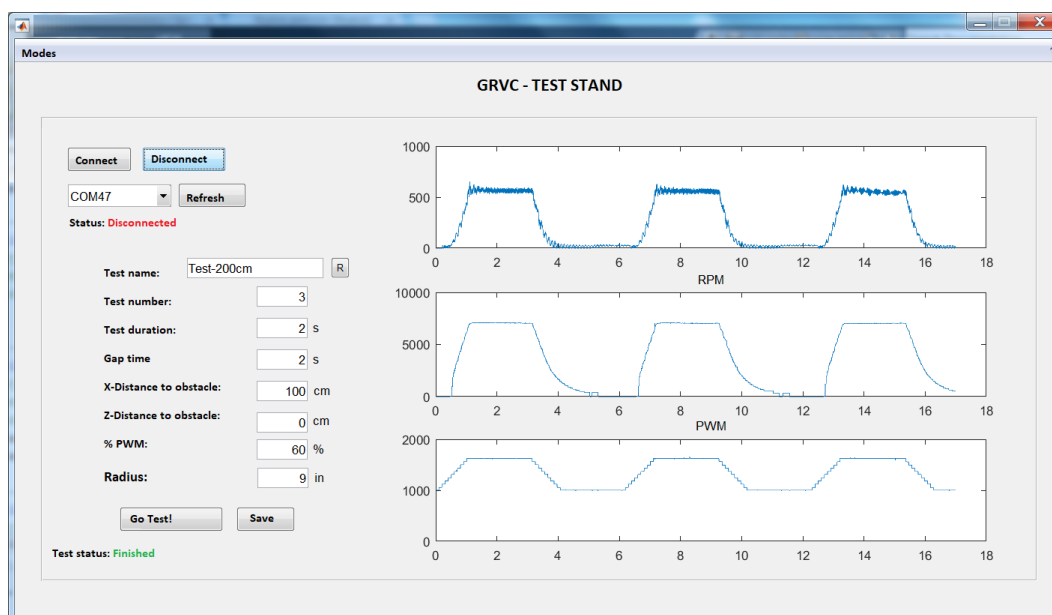


Ilustración 18 Software para la realización de ensayos

Como se puede ver en la Ilustración 18, esta aplicación permite configurar numerosos parámetros del ensayo. Comenzando por la parte superior, se observa la configuración del puerto de comunicación, el cual permite seleccionar mediante un menú desplegable, y el estado de la misma (Status). Seguidamente aparece el nombre del archivo en el que se guardarán los resultados generados en el ensayo (Test name). A continuación, comienzan a definirse las condiciones deseadas para el ensayo que son el número de veces que se repetirá (Test number), y la duración de cada uno (Test duration) y el tiempo entre los mismos en segundos (Gap time). Después se registran dos parámetros que definen la distancia al obstáculo que hay en la dirección del eje X (X-Distance to obstacle) y del eje Z (Z-Distance to obstacle). Y, por último, se concreta la potencia con la que se realiza el ensayo en porcentaje (% PWM) y el radio de la hélice utilizada en pulgadas (Radius).

Tras finalizar el test, la aplicación permite la opción de guardar los datos generados en el experimento en un formato legible por Matlab, para posteriormente poder trabajar y extraer conclusiones de éstos.

### 3.2 Procedimiento de Ensayo

Tras haber concretado los útiles necesarios para realizar los ensayos, es lógico definir el motivo por el cual son necesarios los mismos. Si bien en apartados anteriores han sido caracterizados los dos efectos aerodinámicos principales que van a ser considerados en este trabajo (suelo [15] y techo [16]), las expresiones propuestas son únicamente válidas para aquellas situaciones en las que el rotor se encuentra sumido por completo en el efecto a analizar, pero no son capaces de proporcionar resultados válidos para los puntos intermedios que existen entre el vuelo libre de obstáculos y dichas situaciones. Es por este motivo por el que son necesarios estos ensayos experimentales, que proporcionarán resultados y caracterizarán los casos por completo, cerrando finalmente la naturaleza de las perturbaciones que existen en el entorno de los obstáculos.

El primer paso para la realización de los experimentos fue el calibrado de la célula de carga, por medio de diferentes objetos con peso conocido. Una vez observamos las lecturas que hace la célula de carga de sus pesos y con estos resultados, creamos una recta de regresión que ajuste los valores leídos a los reales de cada objeto. Tras este proceso ya podemos asegurar que los resultados de la célula son precisos y ajustados a los valores reales.

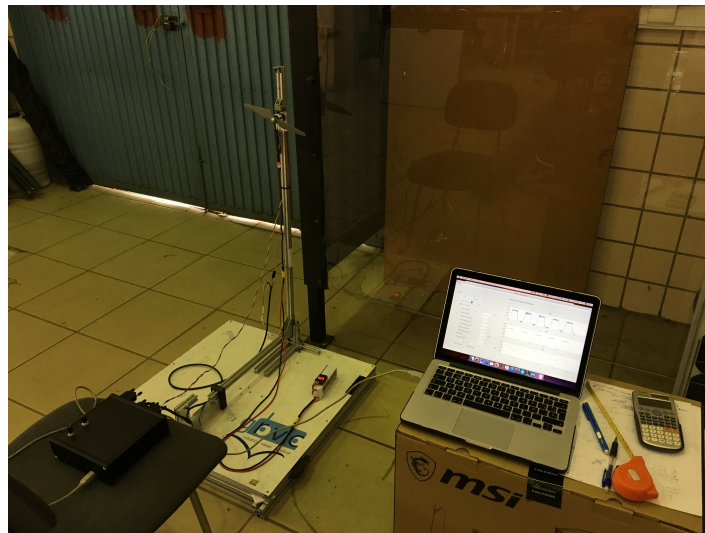


Ilustración 19 Proceso de ensayos para el efecto suelo en las esquinas

A continuación, se decide disponer el banco en la posición relativa al obstáculo necesaria para la realización del experimento, cuando se estudien las esquinas de los obstáculos se utilizará la esquina de una pared y para los obstáculos circulares se utilizará una tubería. Será necesario tener cuidado con las dimensiones de los obstáculos utilizados pues, para que los resultados sean aplicables en la herramienta a desarrollar, deberá eliminarse la dependencia de éstos con la posición en el eje paralelo al obstáculo (el filo de la esquina para el caso rectangular y el eje de la tubería en el obstáculo circular). Esto puede conseguirse haciendo que el obstáculo en cuestión sea mucho mayor en esa dirección, pudiendo despreciarse las variaciones generadas por movimiento en la misma y



haciendo válidos los experimentos para el caso bidimensional. También será importante la orientación de la hélice respecto al obstáculo, según se quiera estudiar el efecto suelo o techo, situando el obstáculo aguas abajo o aguas arriba respectivamente a la hora de realizar los ensayos, tal y como se aprecia en la Ilustración 19 de un ensayo del efecto suelo en las esquinas, siendo necesario mover manualmente el banco para la toma de datos en cada punto.

Posteriormente se realiza un mallado de la zona de influencia cuyos efectos desean ser determinados y se realiza un experimento para cada uno de los puntos del mismo. Las dimensiones de este mallado dependerán del tipo de obstáculo y del efecto que vaya a caracterizarse. A continuación (Ilustración 20), podemos ver una representación gráfica de las zonas en las que han sido llevados a cabo los experimentos para cada una de las situaciones, utilizando una hélice de 9 pulgadas de diámetro.

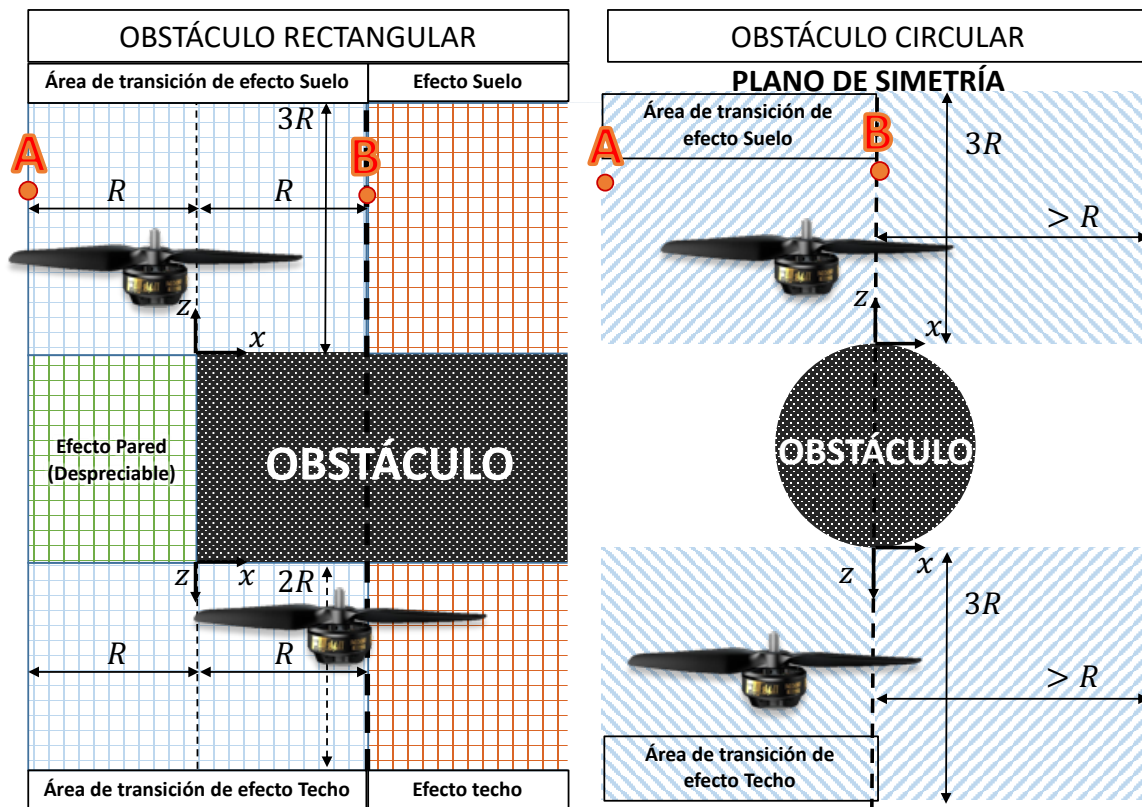


Ilustración 20 Esquema explicativo sobre las zonas de toma de datos

Para determinar el comportamiento dentro de estas zonas, se hizo un mallado de las mismas teniendo en cuenta la relevancia de los distintos sectores, esto es con mayor densidad de puntos en el área más próxima al obstáculo y reduciendo esta a medida que nos alejamos de éste.

Finalmente, una vez completos los ensayos en cada uno de los puntos del mallado, se tratan los resultados proporcionados por el software para obtener el valor medio de todas las mediciones en cada punto (excluyendo los regímenes transitorios) y se relacionan los mismos con cada una de las posiciones a las que corresponden, con esto se puede interpolar el valor de las perturbaciones para todos los puntos de la zona de influencia que ha sido analizada.

En los siguientes subapartados, se mostrarán y analizarán los resultados obtenidos para cada uno de los cuatro ensayos realizados: efecto suelo en las esquinas, efecto techo en las esquinas, efecto suelo en obstáculos circulares y efecto techo en obstáculos circulares.



### 3.2.1 Esquinas

Tal y como se ha definido en apartados anteriores, para el caso de los obstáculos rectangulares, se pueden considerar al efecto suelo y techo como los predominantes dentro de las zonas de influencia ya definidas.

Tras realizar los procesos descritos arriba, se tienen los resultados del experimento ya depurados, y junto con el modelo del mallado utilizado para la toma de datos se pueden mostrar los valores de la siguiente forma para el efecto suelo.

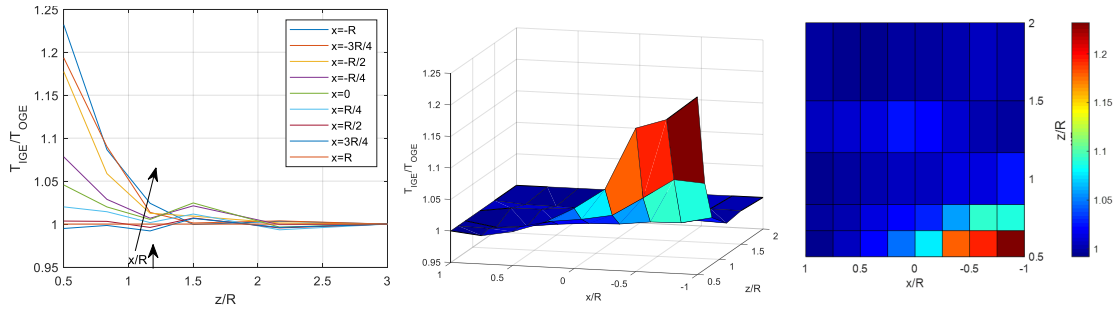


Ilustración 21 Resultados experimentales para el efecto suelo en las esquinas

Al observar la gráfica de la Ilustración 21, se observan varios detalles, el primero de ellos es una gran pendiente de disminución del efecto en el eje  $z$  (a medida que el rotor se aleja del obstáculo), esto corrobora el conocimiento de que este efecto se restringe a puntos muy cercanos a la superficie que lo provoca.

Respecto a la dirección horizontal, se observa un comportamiento mucho más suavizado, casi constante, de las perturbaciones hasta que se alcanza un punto (entorno a  $-0.5R$ ) en el que se produce una pronunciada caída del efecto debido a que parte de la hélice deja de estar sobre la superficie del obstáculo.

Finalmente, se puede observar que el valor máximo de perturbación supera  $\frac{T_{IGE_{max}}}{T_{OGE}} > 1.2$ .

Repitiendo los ensayos para el caso de efecto techo se obtienen los siguientes resultados (Ilustración 22).

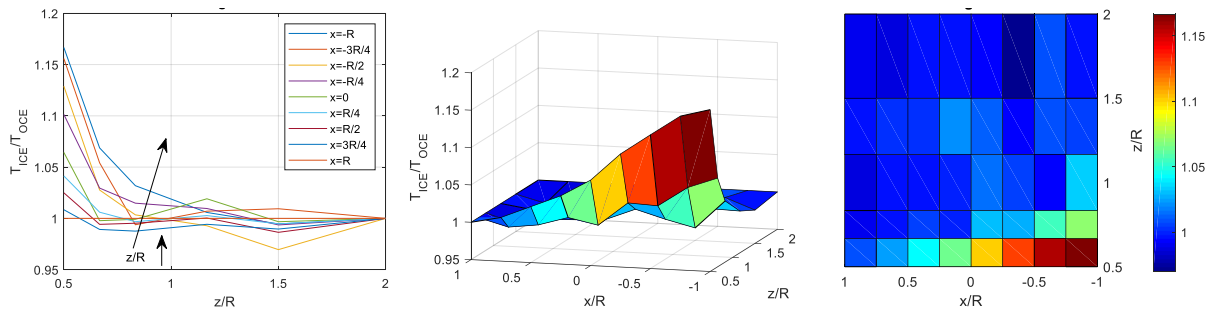


Ilustración 22 Resultados experimentales para el efecto techo en las esquinas

Se vuelve a observar un comportamiento muy similar al de las perturbaciones visualizadas en el efecto suelo en las distintas direcciones. En la dirección vertical se vuelve a observar una pendiente pronunciada (mayor incluso que la observada anteriormente), mientras que en la horizontal el comportamiento tiende a ser más suave que en el efecto suelo, reduciendo en gran medida el “escalón” presente en el caso anterior. A su vez, los valores máximos de perturbación apenas superan  $\frac{T_{IGE_{max}}}{T_{OGE}} > 1.15$ .

### 3.2.2 Obstáculos circulares

Los obstáculos circulares componen un caso especial, pues no se conoce a priori el comportamiento en su entorno y, por tanto, deberán definirse las perturbaciones mediante resultados experimentales.

Para la obtención de dichos resultados y dada la simetría del obstáculo, se ensayó únicamente sobre una mitad de este para los casos de efecto suelo y techo, pudiendo extrapolar los resultados a la otra mitad. Y siguiendo los procesos descritos con anterioridad, se pueden representar los datos tal y como se muestran en la Ilustración 23.

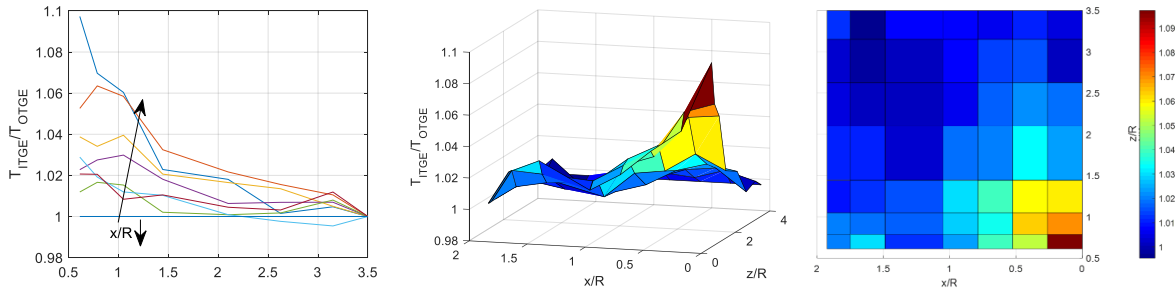


Ilustración 23 Resultados experimentales para el efecto suelo en tuberías

Los experimentos muestran un comportamiento similar al generado en el entorno de las esquinas, sin embargo, debido a la forma del obstáculo, se observa que las perturbaciones de mayor módulo se encuentran en los puntos más próximos al mismo y desde ellos, caen con gran rapidez en ambas direcciones (levemente más suave en el caso de la dirección horizontal). El valor máximo de las perturbaciones supera  $\frac{T_{IGE_{max}}}{T_{OGE}} > 1.09$

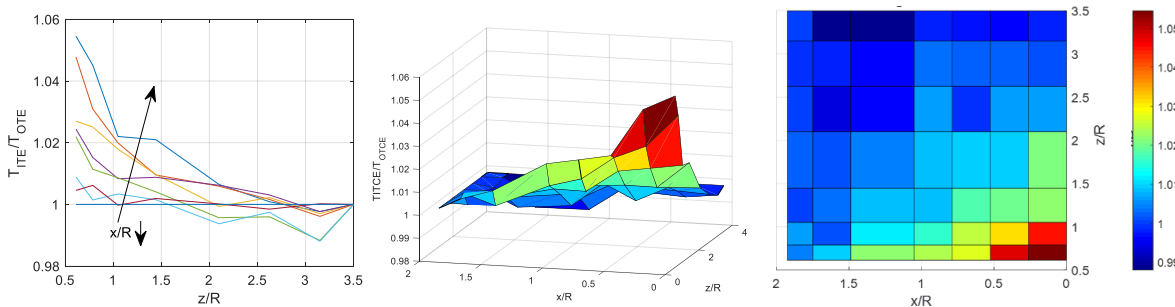


Ilustración 24 Resultados experimentales para el efecto techo en tuberías

Al igual que sucedía con las esquinas, los resultados de efecto suelo y techo de los obstáculos circulares (Ilustración 24) son muy similares, teniendo prácticamente las mismas diferencias, una disminución más rápida en el eje vertical, un suavizado de la disminución de las mismas en el eje horizontal y unos valores máximos menores, que superan  $\frac{T_{ICE_{max}}}{T_{OCE}} > 1.05$ .

Otra diferencia apreciable en estos experimentos es la inestabilidad de los resultados, los cuales, si son comparados con los de las esquinas muestran mucha menor consistencia (mayores ondulaciones...).

Sin embargo, una de las mayores limitaciones existentes para este tipo de obstáculos, es la imposibilidad de utilizar los resultados obtenidos en estos experimentos para otros casos, pues las perturbaciones están relacionadas con el ratio entre el diámetro del obstáculo y el del rotor (relacionado con la dimensión del tubo de corriente que impacta sobre el obstáculo). Por este motivo, los obstáculos circulares implementados en la herramienta serán del mismo tamaño que los de los experimentos y, en caso de presencia de estos, el diámetro del rotor se fijará al utilizado en los experimentos, tal y como se explicará en posteriores apartados.

### 3.3 Conclusión de los Experimentos

En este apartado se presentarán varias tablas que resumen los resultados experimentales obtenidos en el apartado anterior, facilitando de este modo la comprensión y comparación de los resultados. La primera de ellas presenta el porcentaje de variación en el empuje que existe en distintos puntos del experimento para las esquinas.

$Z \backslash X$	$-R$	$-0.5R$	$0$	$0.5R$	$R$
$0.5R$	23.2	17.7	4.6	0.4	0
$0.75R$	11.3	8.1	2.7	0.6	0
$R$	4.8	2.8	0.8	-0.21	0
$1.5R$	-0.05	0.9	2.5	0.7	0
$2R$	-0.11	0.5	1	0.2	0

De igual forma, pueden resumirse los efectos observados en el caso del efecto techo, obteniendo la siguiente tabla:

$Z \backslash X$	$-R$	$-0.5R$	$0$	$0.5R$	$R$
$0.5R$	16.7	12.9	6.4	2.5	0
$0.75R$	4.6	1	-0.6	-0.72	0
$R$	1.5	0.2	1.3	0	0
$1.5R$	-0.54	-3.05	-0.32	-1.36	0
$2R$	0	0	0	0	0

También pueden representarse los resultados de los experimentos en obstáculos circulares mediante este formato, obteniendo las siguientes tablas para los efectos suelo y techo respectivamente (recordando que el rotor utilizado tiene 9 pulgadas de diámetro, lo que equivale aproximadamente a 12cm de radio):

$X(cm)$ $Z(cm)$	0	3	6	12	23
7	9.7	5.3	3.9	1.2	0
9	7	6.4	3.4	1.7	0
16	2.7	3.5	2.3	0.3	0
24	1.8	2.2	1.7	0.1	0
36	0.5	1.1	0.5	0.8	0

$X(cm)$ $Z(cm)$	0	3	6	12	22
7	5.5	4.8	2.7	2.2	0
9	4.5	3.1	2.5	1.1	0
16	2.1	1	1.1	0.5	0
24	0.6	0.6	-0.07	-0.43	0
36	-0.3	-0.39	-0.3	-1.17	0

Se confirman mediante estas tablas las afirmaciones expuestas sobre los resultados en el capítulo anterior [15][16][14]. Para el caso de las esquinas, se observa que el efecto suelo es de mayor magnitud que el de techo, llegando incluso a máximos de entorno al 23% frente al casi 17% del efecto techo. Otro rasgo que destaca es la marcada dependencia con la proximidad al obstáculo, decayendo rápidamente al alejarse de éste, y para el caso de desplazamientos laterales, se observa un gran decremento cuando el centro del rotor alcanza el borde de la esquina (según sale de la influencia del obstáculo).

En lo que a los obstáculos circulares se refiere, debida al factor de forma, aunque el efecto sigue estando limitado a puntos muy próximos al obstáculo, el descenso de los valores de perturbación en el caso de desplazamientos laterales no presenta un gran escalón como en el caso anterior. También cabe destacar que los valores máximos de perturbación para estos obstáculos son mucho menores, apenas alcanzando un 10% para el efecto suelo y un 5.5% para el efecto techo.

Además de esto, llama la atención la presencia de variaciones negativas, éstas se deben a la interpolación hecha por el programa para el cálculo del resto de puntos en los que no se habían tomado datos y al carácter experimental, sin embargo, se observa que la magnitud de las mismas es muy baja, por lo que no afectarán al cálculo de las perturbaciones en el programa final.

## 4 DESARROLLO DEL PROGRAMA

Después de haber completado el estudio del comportamiento en el entorno de los obstáculos, en esta sección se pretende mostrar el funcionamiento de los programas que proporcionan los campos de efectos de los distintos obstáculos, al mismo tiempo que se clarifica como incorporan las ecuaciones explicadas en las secciones anteriores para la obtención de resultados satisfactorios. De igual modo, se analizarán los pasos dados para la resolución del problema, haciendo hincapié en los distintos programas que se agrupan en la aplicación final, objetivo de este trabajo.

Previo a comenzar con la resolución del problema, sería conveniente señalar que, debido a la linealidad de las interacciones del campo de perturbación de los distintos obstáculos, con algunas excepciones físicas que se explicarán posteriormente, podemos descomponer el problema en la suma de las perturbaciones generadas por cada uno de los obstáculos, que es también el modo en el que se trabajará.

### 4.1 Arquitectura

A continuación, se definirán todas las piezas que componen el bloque que calcula el mapa de perturbaciones con dichos datos de entrada, partiendo desde las más básicas, hasta llegar a crear el programa deseado.

#### 4.1.1 Mallado

Con el objetivo de ahorrar líneas de código y simplificar el cálculo y adquisición de valores de las perturbaciones en el mapa, se ha optado por realizar un mallado de dimensiones físicas enteras. Esto es, en el caso que nos ocupa, se ha dividido el mapa centímetro a centímetro, tal y como se observa en la Ilustración 25, convirtiendo de este modo el mapa en una matriz de dimensiones iguales a las medidas en centímetros que tenía la zona a resolver. Esto simplifica mucho el cálculo de la distancia relativa a los obstáculos para la obtención de los valores de la perturbación, así como de la localización del punto en el mapa para la adquisición de las alteraciones en el medio calculadas con anterioridad.

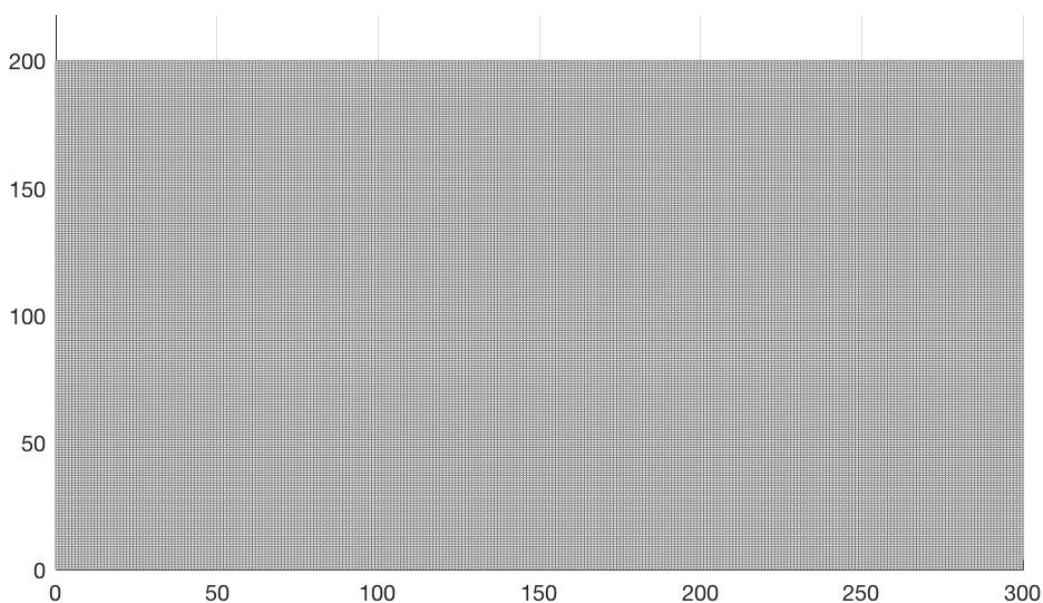


Ilustración 25 Ejemplo de mallado de mapa

### 4.1.2 Obstáculos

Tras decidir cómo sería el mallado se comenzó a introducir en el mapa obstáculos tal y como se mencionaba en las especificaciones del problema. Dichos obstáculos fueron añadiéndose por partes, de forma que la dificultad a la hora de programarlos fuese progresiva.

Se consideró el obstáculo rectangular como el más sencillo de incluir en el programa debido al tipo de mallado que ya se había hecho y a la clara definición que tenían sus zonas de influencia, por lo que fue el primer paso a continuación.

Como aclaración para posteriores imágenes, en la representación gráfica del campo de perturbaciones para cada uno de los casos, puede observarse que los puntos más próximos al obstáculo (en los que no tiene sentido físico la perturbación dado que el rotor impactaría contra el obstáculo) tienen un valor de perturbación de  $0.95$ , esto se realiza con el fin de no distorsionar la gráfica y obtener un código de colores adecuado para la visualización. Cuando no sea necesario trabajar con dichas representaciones, el programa asignará un valor de  $0$  a dichos puntos.

#### 4.1.2.1 Único obstáculo rectangular

Inicialmente se debía situar el obstáculo dentro del mapa con los datos proporcionados tal y como se describe en el apartado de los datos de partida. Esto era sencillo, pues simplemente se debía localizar en la matriz la esquina inferior izquierda del obstáculo, cuya posición venía definida por las dos primeras coordenadas del vector  $R_{obs}$ , y a partir de ahí, se tendría localizado el obstáculo sumando el ancho y alto, especificados en la tercera y cuarta coordenada del vector dado.

Debido a como se realizó el mallado, el punto buscado se trataba del elemento en la matriz que coincidía con las coordenadas proporcionadas, teniendo en cuenta que debía sumársele  $1$  a cada una de las componentes, pues el punto físico  $(0,0)$  del mapa coincidía con el  $(1,1)$  de la matriz. Quedando de la siguiente forma.

```
for i=R_obs(2):min(R_obs(2)+R_obs(4),m)
    for j=R_obs(1):min(R_obs(1)+R_obs(3),n)
        T_adim(i,j)=NaN;
    end
end
```

Ilustración 26 Código para la situación del obstáculo rectangular

Una vez obtenido el punto deseado, se realiza el bucle que se muestra en la Ilustración 26 para determinar la localización completa del obstáculo. Como puede observarse también en el código, aquellos puntos situados en un espacio en el que existe un obstáculo tienen asignado un valor de la perturbación igual a  $NaN$ , se ha determinado que éste sería un valor adecuado debido a que no tiene sentido físico situarse en una zona que ya está ocupada por un obstáculo.

A continuación, deberá calcularse la perturbación en el empuje que genera dicho obstáculo en el mapa, para ello se definen las zonas para las que se calculará la perturbación, las cuales serán conocidas como zonas de influencia. Las zonas de influencia se calcularán para todo el perímetro del obstáculo y su amplitud será referenciada a el radio con el que se trabaje, quedando tal y como se muestra en el siguiente esquema.

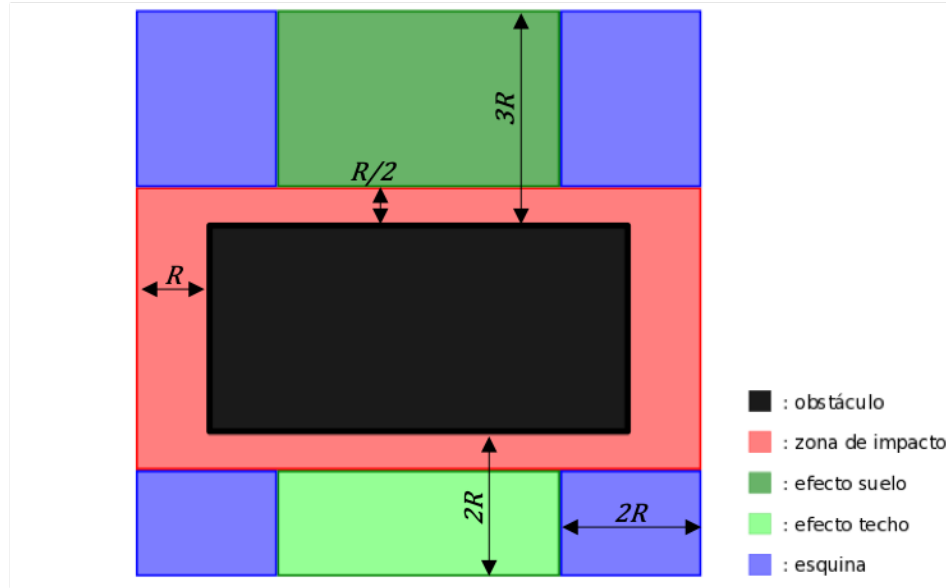


Ilustración 27 Zonas de influencia de un obstáculo rectangular

Dentro de la zona de influencia mostrada en la Ilustración 27, se pueden diferenciar dos zonas. La más próxima al obstáculo simboliza una zona en la que, a pesar de que no hay otro objeto ocupando el espacio, no se puede volar debido a que el obstáculo se encuentra a muy poca distancia (zona roja). En dicha zona, se asignará el valor 0 a las perturbaciones, lo que físicamente significa que el vehículo caería al suelo. Para la otra zona se utilizan las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior de este documento, asignando los valores de perturbación a los distintos puntos de la matriz que equivale a el mapa (zonas verdes). Excepcionalmente, las esquinas, cuyos valores han sido calculados experimentalmente, son obtenidas mediante un proceso de interpolación para cada punto de la zona desde los datos reunidos en los experimentos (zonas azules).

Tras esto, el programa procede a centrarse en el obstáculo y mediante el bucle que se muestra a continuación (Ilustración 28) comienza a asignar los valores de perturbación del empuje a cada punto, realizando este proceso para cada uno de los lados y esquinas del rectángulo por separado, dado que cada zona de influencia está regida por su propia ecuación o datos experimentales.

```

for j=min(R_obs(1)+d_esq+1,n):min(R_obs(1)+R_obs(3)-d_esq-1,n)
  for i=min(R_obs(2)+R_obs(4),m):min(R_obs(2)+R_obs(4)+id_ge,m)
    if i > R_obs(2)+R_obs(4) && i <= R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
      T_adim(i,j)=v_b;
    elseif i > R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
      T_adim(i,j)=1/(1-(R/(4*(i-(R_obs(2)+R_obs(4))))))^2;
    end
  end
end
end

```

Ilustración 28 Código para el cálculo de la perturbación en efecto suelo

Tras los pasos indicados, el programa ya ha localizado el obstáculo y construido el campo de perturbaciones aerodinámicas con éxito, pudiendo ser representado gráficamente, según se muestra en la Ilustración 29, para obtener una idea de lo que provoca.

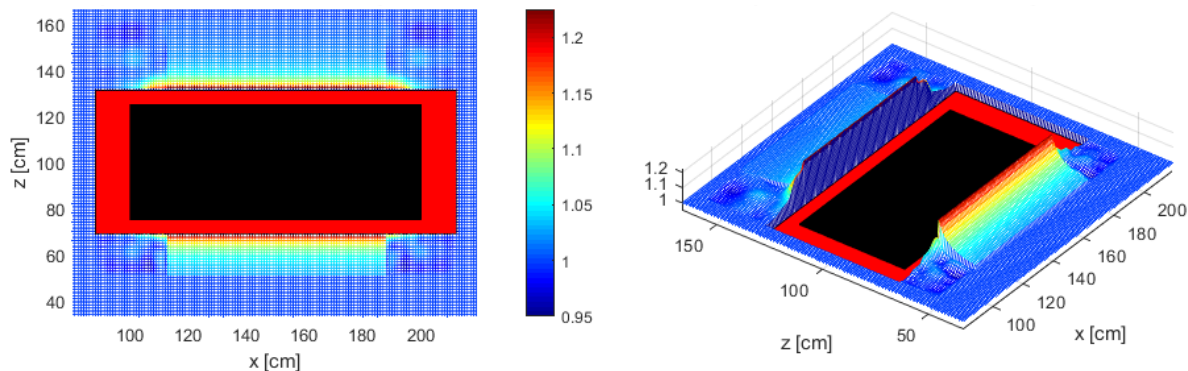


Ilustración 29 Ejemplo de mapa de perturbaciones para un obstáculo rectangular

#### 4.1.2.2 Único obstáculo circular

El siguiente nivel de dificultad era realizar el programa equivalente que trabajase con un obstáculo circular. La manera de realizarlo sería paralela al explicado anteriormente, teniendo en cuenta que la manera de proporcionar los obstáculos circulares difería de los rectangulares, pues venían definidos por la posición del centro del obstáculo, según la primera y segunda coordenada del vector fila  $C_{obs}$ , y el radio del mismo, especificado en su tercera coordenada.

Al observar detenidamente el problema, se determinó que no se podía trabajar de igual forma al obstáculo rectangular en cuanto a la versatilidad de la resolución utilizada. El código creado para el obstáculo rectangular, es válido para un amplio rango de dimensiones tanto del rotor como del obstáculo en sí, esto se debe a que para un punto lo suficientemente cercano al obstáculo, grupo en el que incluimos a todos los puntos de la zona de influencia, la corriente de aire no se ve afectada por las dimensiones del obstáculo y puede hacerse la hipótesis de que lo que ve es un plano infinito o semi-infinito. Es cierto que los datos de perturbación aerodinámica de las esquinas del obstáculo rectangular fueron obtenidos de forma experimental, pero dada la particularidad de la forma del obstáculo, podemos redimensionar el área de influencia del problema según las dimensiones del rotor que se utilice en cada caso y extender los valores experimentales para casos de dimensiones mayores o menores.

Sin embargo, al contrario de lo que sucede para el caso rectangular, en el caso circular lo que percibe la corriente de aire también se ve afectado por la distancia y posición relativa al obstáculo, pero las dimensiones del rotor pasan a relacionarse con las del obstáculo, jugando un papel determinante que puede hacer que la corriente de aire perciba desde una superficie aproximadamente plana, hasta un punto cuya perturbación puede despreciarse.

Para realizar una herramienta de la misma versatilidad que la rectangular, serían necesarios resultados de experimentos realizados con distintas dimensiones de rotor y obstáculos, y así establecer la relación que determine una manera de universalizarlo. Por este motivo, se tomó la decisión de que esta herramienta trabajase en exclusiva con un caso particular del obstáculo circular ( $\phi_{rotor} = 9in, \phi_{obs} = 20cm$ ) por no ser el propósito principal de este trabajo y proponer como posibles mejoras la obtención de dicha relación y posterior implementación en la herramienta.



Comenzando ya con el diseño del programa, de nuevo la elección tomada para el mallado del mapa permitía una fácil localización del obstáculo en éste, por las mismas razones explicadas ya en el programa de un único obstáculo rectangular. La única complicación que se presentaba era la definición de un obstáculo circular dentro de un mallado rectangular, de modo que se hizo comprobando si los puntos se encontraban a una distancia menor o igual al radio del centro del obstáculo y a su vez se optimiza el proceso definiendo la zona de impacto del obstáculo, asignando un valor de perturbación de 0 a sus puntos.

```

for j=max(C_obs(1)-C_obs(3)-cd_x,1):min([C_obs(1)+C_obs(3)+cd_x,n])
for i=max(C_obs(2)-C_obs(3)-cd_z,1):min(C_obs(2)+C_obs(3)+cd_z,m)
    if sqrt((j-C_obs(1))^2+(i-C_obs(2))^2) <= C_obs(3)
        T_adim(i,j)=NaN;
    else
        T_adim(i,j)=0;
    end
end
end
end

```

Ilustración 30 Código para la situación del obstáculo circular

En el código de la Ilustración 30 puede observarse que para acelerar el proceso se realiza un bucle en el área que encierra la zona de impacto y, tal y como se ha dicho, aquellos puntos que se encuentren a una distancia menor o igual que el radio, del centro del obstáculo, serán aquellos que formarán parte de éste, por el contrario, aquellos que no, pertenecen a la zona de impacto.

Esta zona de impacto es análoga a la explicada para el obstáculo rectangular y, de igual modo, también existen zonas de influencia en este caso. Sin embargo, al contrario que para el caso rectangular, éstas difieren de la forma del obstáculo en si, esto se debe a que el valor de las perturbaciones en el empuje producidas por este obstáculo se ha obtenido experimentalmente, y la zona de puntos en la que se tomaron valores se definió con forma cuadrada, obteniendo una configuración de las mismas como la que se muestra a en la Ilustración 31.

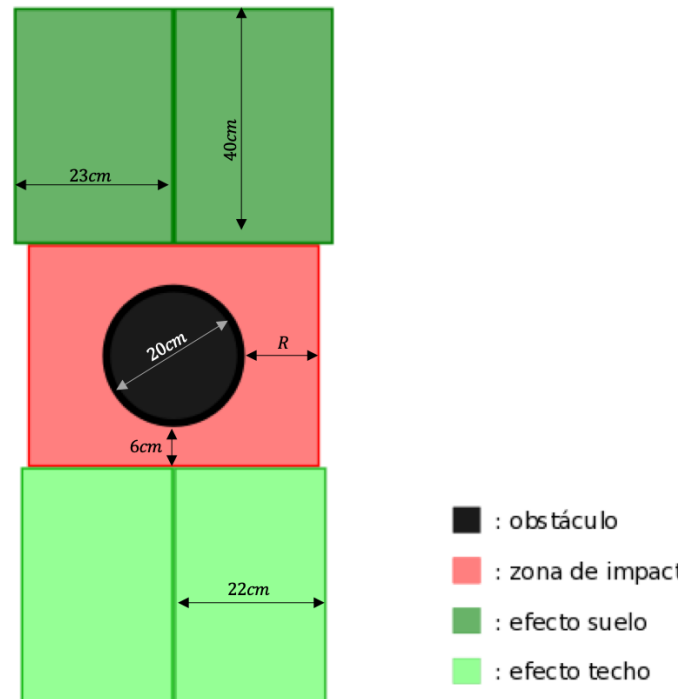


Ilustración 31 Zonas de influencia de un obstáculo circular

Una vez definidas las zonas de influencia, asignamos a cada punto dentro de las mismas el valor correspondiente en función de su posición. Como ya se ha mencionado, estos valores han sido obtenidos de forma experimental, por lo que no es necesario calcularlos a través de una ecuación, si no simplemente interpolando para cada punto del mallado desde los valores adquiridos en los experimentos mediante el bucle que puede verse en la Ilustración 32.

```

z_dat=[7 9 12 16.5 24 30 36 40];
x_dat=[0 3 6 9 12 17 20 23];
load('MatrizSuelo.mat');
T_dat=carga_matriz_norm_nueva;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=0:23;
z=7:40;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
msc=F(X,Z);

for j=max(C_obs(1)-C_obs(3)-id_xs,1):min([C_obs(1)+C_obs(3)+id_xs,n])
    i_x=abs(j-C_obs(1))+1;
    for i=min(C_obs(2)+C_obs(3)+cd_z,m):min(C_obs(2)+C_obs(3)+id_z,m)
        if i > C_obs(2)+C_obs(3)+cd_z
            i_z=i-(C_obs(2)+C_obs(3)+7)+1;
            T_adim(i,j)=msc(i_z,i_x);
        end
    end
end
end

```

Ilustración 32 Código para interpolar datos experimentales de efecto suelo en los puntos del mapa

Tras realizar dicho proceso, se vuelve a obtener una matriz que determina las perturbaciones que sufriría un rotor situado en cada uno de los puntos del mapa definido. De forma análoga al obstáculo rectangular, puede representarse dicha matriz para hacerse una idea de las variaciones en el empuje (Ilustración 33).

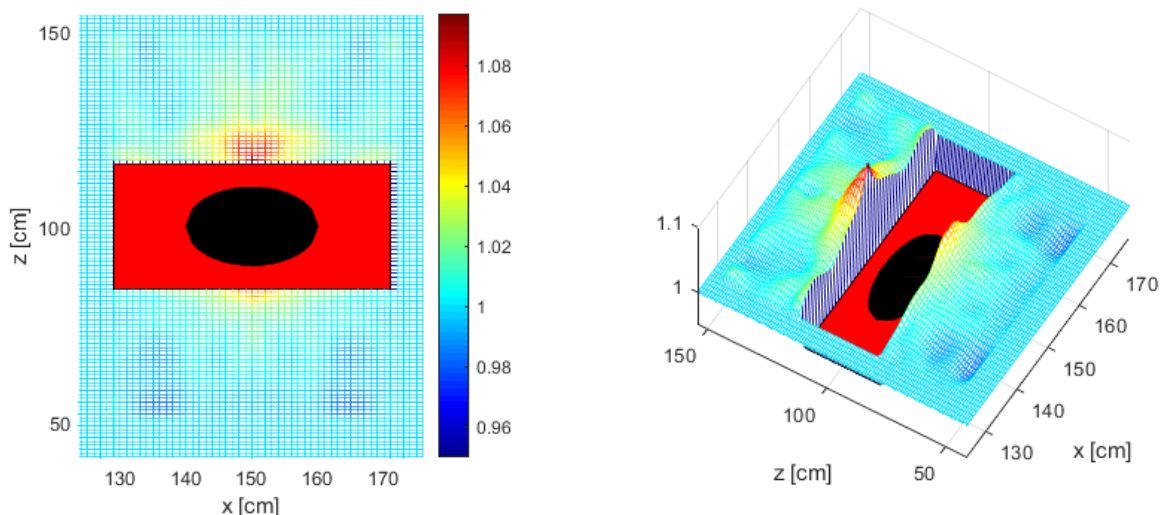


Ilustración 33 Ejemplo de mapa de perturbaciones para un obstáculo circular

#### 4.1.2.3 N obstáculos rectangulares

Se pensó que este caso no resultaría de gran dificultad dado que, como ya se explicó, el problema podía resolverse por medio de la suma de los problemas que representan cada uno de los obstáculos individuales. De esta forma, se añadió un bucle al programa para realizar el proceso anteriormente explicado con cada uno de los obstáculos proporcionados según las filas de la ahora matriz  $R_{obs}$  y fuese sumando las perturbaciones a la matriz donde las guardaba.

Sin embargo, tras realizar una representación gráfica de lo programado, se apreciaban algunas incongruencias en el mapa, algunos puntos presentaban unas perturbaciones muy elevadas para estar únicamente afectados por un único obstáculo. Al observar cuidadosamente el programa se pudo comprobar que, tal y como éste trabajaba, los obstáculos generaban una perturbación en toda la zona de influencia que tenían definida, independientemente de lo que existiese entre el obstáculo en sí y el punto en cuestión. Esto provocaba que una superficie acumulase perturbación en un punto que estaba situado detrás de otro obstáculo, lo cual no tiene sentido físico, pues la corriente de aire únicamente percibe el primero de ellos. En la Ilustración 34 se puede apreciar con más claridad el problema comentado.

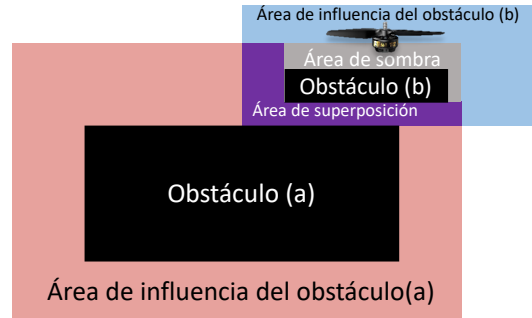


Ilustración 34 Interacción de perturbaciones para obstáculos rectangulares

En el punto en el que se encuentra el rotor, únicamente debería percibir la presencia del obstáculo más cercano (obstáculo b), sin embargo, tal y como estaba programado el proceso, sufría el aumento de empuje producido por ambos obstáculos (incluido el a, situado detrás del b). Nótese a su vez, que las dimensiones de las zonas de influencia de la ilustración están distorsionadas para evidenciar la problemática encontrada.

Para obtener el comportamiento deseado y que se produjese la zona de sombra ilustrada en la imagen, fue necesario reprogramar la forma en la que la herramienta trabajaba con las superficies, haciendo que el programa ubicase todos los obstáculos en el mapa sin calcular las perturbaciones primero y posteriormente pasando por todos de nuevo para calcularlas sabiendo la situación del resto de obstáculos. Trabajando con los puntos en un orden concreto, partiendo desde la superficie del obstáculo y moviéndose perpendicularmente a la misma, permitía introducir una condición por la cual, si encontraba un punto asociado a un obstáculo (con valor  $NaN$ ), saldría del bucle y dejaría de calcular en esa línea para pasar a la siguiente (condición “break” expuesta en la Ilustración 35

```

for j=min(R_obs(k,1)+d_esq+1,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq-1,n)
    for i=R_obs(k,2):-1:max(R_obs(k,2)-id_ce,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)
            break
        elseif i < R_obs(k,2) && i >= R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+1/(1-1/K1*(R/((R_obs(k,2)-i)+K2))^2)-1;
        end
    end
end
end

```

Ilustración 35 Código de efecto techo con solución para obstáculos cercanos

Tras implementar dichos cambios en el programa, se observó que el problema había sido resuelto, quedando un mapa de perturbaciones como sigue (Ilustración 36).

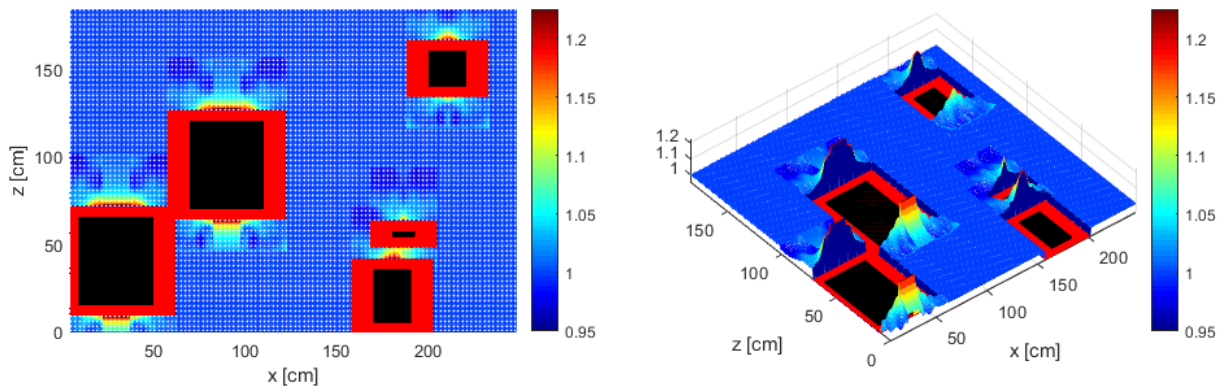


Ilustración 36 Ejemplo de mapa de perturbaciones para N obstáculos rectangulares

#### 4.1.2.4 $N$ obstáculos circulares

Podría parecer que esta situación iba a resultar más complicada debido a la forma del obstáculo, sin embargo, a efectos del programa, el caso es muy similar al tratado previamente en las esquinas de los obstáculos rectangulares. Los valores de los puntos situados en ambas zonas son obtenidos mediante interpolación, por lo que el problema puede resolverse como se haría con obstáculos rectangulares lo suficientemente estrechos como para tener únicamente zonas definidas por las esquinas.

La única dificultad que se presentaba era como resolver para los obstáculos circulares la problemática encontrada en el caso de  $N$  obstáculos rectangulares, puesto que la interacción entre las zonas de influencia y los obstáculos no estaba clara en este caso.

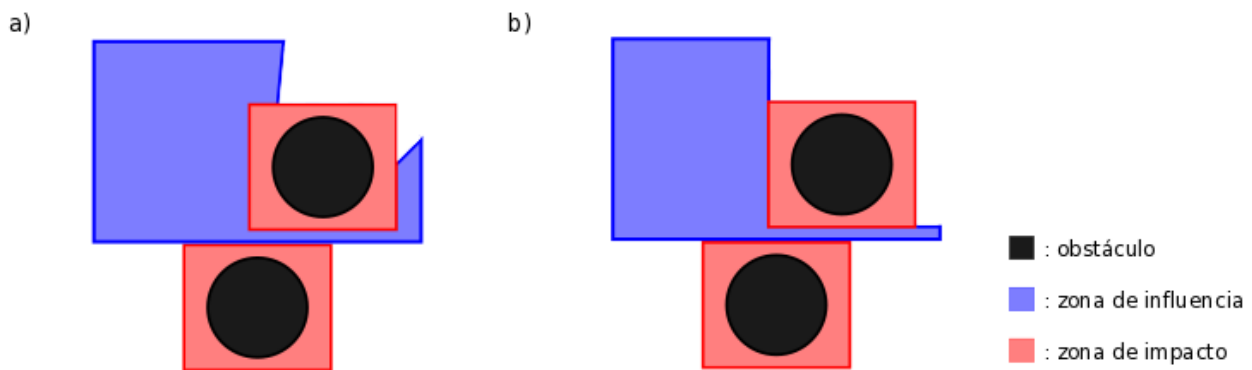


Ilustración 37 Interacción de perturbaciones para obstáculos circulares

Se estima que la influencia real será más parecida a la situación *a*, cuyos límites de la zona de influencia pasan tangentes al otro obstáculo. Sin embargo, como solución de compromiso, debido a que las dimensiones de la zona de impacto del obstáculo no distan en exceso de las de éste y a que este estudio únicamente considera la posición horizontal del rotor, se decidió tratar la zona de impacto del obstáculo como un obstáculo en sí para programar las interacciones, tal y como se observa en la situación *b* de la Ilustración 37.

Una vez definida la interacción de las zonas de influencia con los obstáculos circulares, se introdujo en el modelo del programa de forma paralela a la de los obstáculos rectangulares, obteniendo un mapa de perturbaciones como sigue (Ilustración 38).

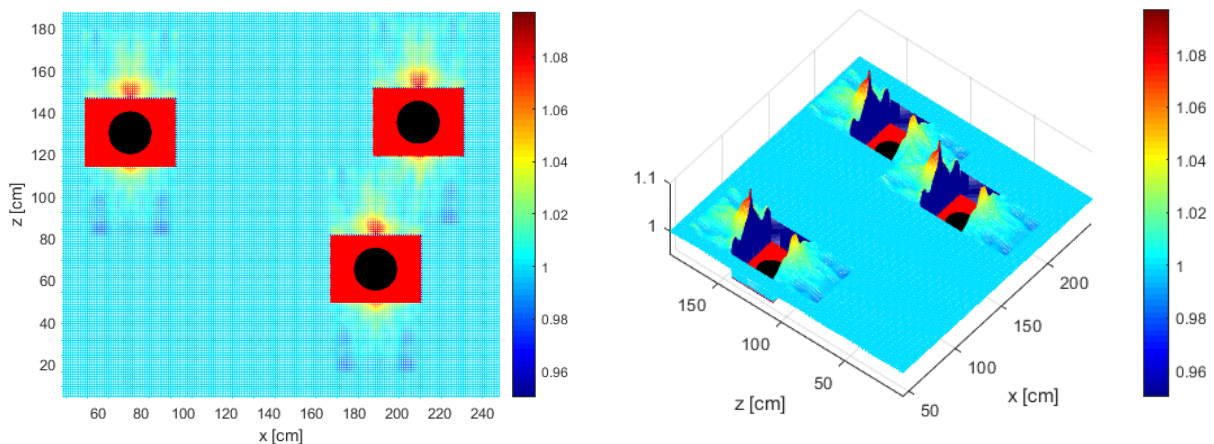


Ilustración 38 Ejemplo de mapa de perturbaciones para  $N$  obstáculos circulares

## 4.2 Mapa de Perturbaciones

Tras haber definido las perturbaciones aerodinámicas para cada uno de los tipos de obstáculos, así como las interacciones de estos con las zonas de influencia, únicamente queda por hacer un programa que trabajase con un número cualquiera de obstáculos y de ambos tipos.

La creación de dicho programa fue sencilla gracias al trabajo realizado con anterioridad, tan sólo fue necesario tener cuidado con el orden en el que se hacían las cosas. Evitando generar puntos con superposición de efectos en los que físicamente no tenía sentido, por situar obstáculos en zonas cuyas perturbaciones ya habían sido calculadas con anterioridad. Para evitarlo, el programa comenzaba situando todos los obstáculos de ambos tipos para posteriormente obtener las perturbaciones que generaban, de esta forma, si durante el cálculo de las perturbaciones de una zona el programa encontraba otro obstáculo, se resolvía por los medios explicados para los respectivos obstáculos.

```

if R_obs(1,3)~=0
    for k=1:pr
        for i=R_obs(k,2):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m)
            for j=R_obs(k,1):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3),n)
                T_adim(i,j)=NaN;
            end
        end
    end
end

if C_obs(1,3)~=0
    for k=1:pc
        for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3)-cd_x,1):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3)+cd_x,n])
            for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m)
                if sqrt((j-C_obs(k,1))^2+(i-C_obs(k,2))^2) <= C_obs(k,3)
                    T_adim(i,j)=NaN;
                elseif ~isnan(T_adim(i,j))
                    T_adim(i,j)=v_b;
                end
            end
        end
    end
end

```

Ilustración 39 Código para situar obstáculos en el mapa final

En la Ilustración 39 se puede ver una condición que determina si situar los obstáculos de cada uno de los tipos y existe una igual para el cálculo de las perturbaciones. Dicha condición es necesaria porque a priori el programa no sabe si va a tratar con obstáculos de un tipo o de otro. De este modo, para ver si se ha proporcionado una matriz de obstáculos de un tipo concreto, el programa revisa la tercera coordenada de la primera fila, este número en las matrices  $R_{obs}$  y  $C_{obs}$  corresponde al ancho del primer obstáculo rectangular y al radio del primer obstáculo circular respectivamente, y tendrán un valor de 0 si el usuario no proporciona las matrices. Se ha tomado dicha condición, por carecer de sentido físico la presencia de un obstáculo de dimensiones nulas, eliminando la posibilidad de que sea introducida por la persona que utiliza la herramienta. Con esta condición, en caso de que alguna de las matrices de obstáculos no haya sido proporcionadas, el programa se salta las partes relativas a ese tipo de obstáculos.

Teniendo en cuenta todos los factores mencionados, se unieron los programas hechos con anterioridad para obtener uno capaz de trabajar con un número indeterminado de tipos y obstáculos.



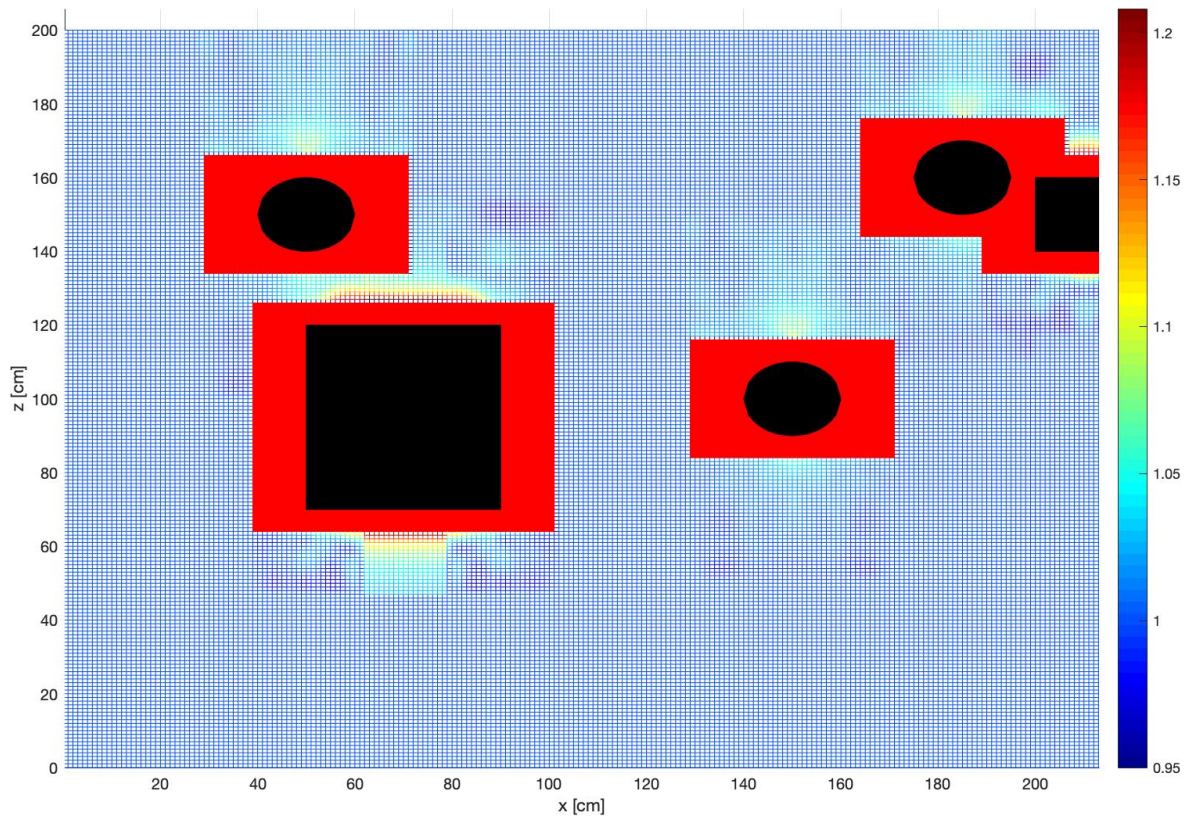


Ilustración 40 Ejemplo de mapa de perturbaciones completo

Se ha optado por el ejemplo mostrado en la Ilustración 40, por representar en el mismo distintos casos de interacciones entre los dos tipos de obstáculos.

En primer lugar, se tiene un caso en el que los efectos entre ambos obstáculos se superponen (Ilustración 41), llegando incluso a entrar en la zona de vuelo prohibido del otro obstáculo.

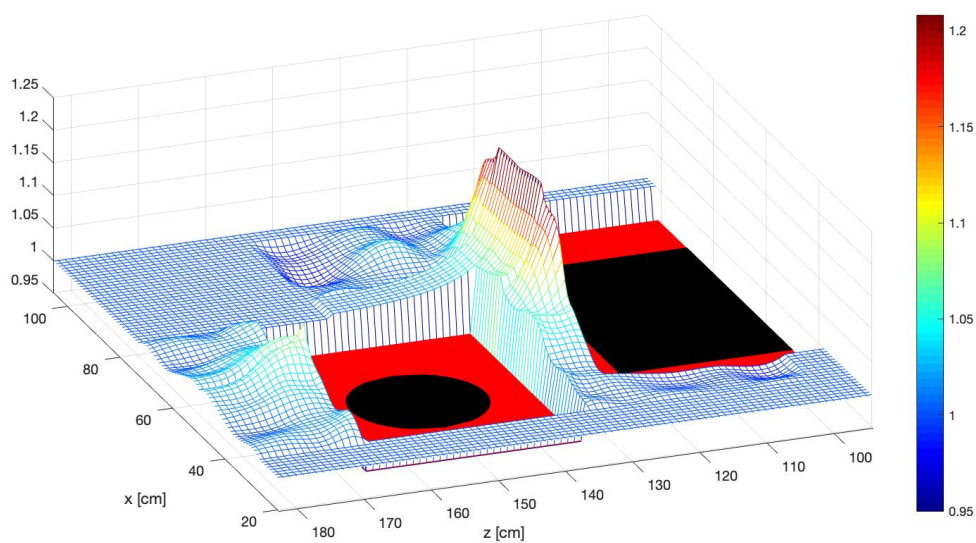


Ilustración 41 1º detalle de interacción entre obstáculos de distinto tipo

En este tipo de situaciones, el programa se encarga de sumar los efectos generados por cada obstáculo en aquellos puntos en los que es posible el vuelo, mientras que en los que conllevaría un riesgo para el rotor, los muestra de esta forma, sin asignarle los valores de perturbación que pudiesen existir en ellos, por no tener sentido para el vuelo.

Y el segundo tipo de interacción se da en aquellos casos en los que los obstáculos están tan próximos, que sus zonas de vuelo prohibido están solapadas, llegando incluso a entrar en puntos que forman parte del otro obstáculo en si (Ilustración 42).

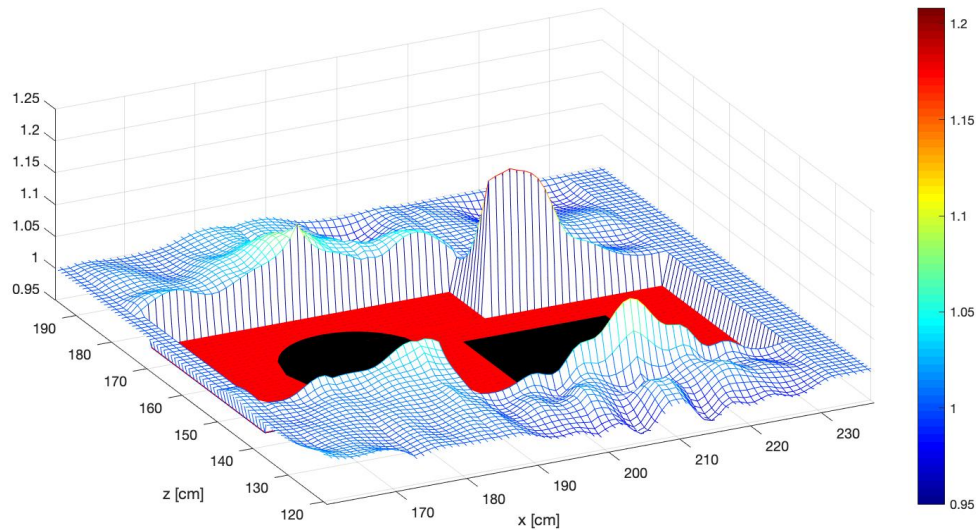


Ilustración 42 2º detalle de interacción entre obstáculos de distinto tipo

Se puede observar que la herramienta es capaz de unificar ambas zonas de vuelo prohibido y para los puntos en los que ésta se solapa con alguno de los obstáculos en si, deja la representación del obstáculo, facilitando así la interpretación para el observador al poder identificar correctamente el origen de cada una de ellas.





# 5 LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

---

En este apartado se exponen las conclusiones generales que pueden ser extraídas del proyecto y, a raíz de las mismas, se proponen distintos estudios y líneas de investigación posibles para la mejora de la herramienta desarrollada en este trabajo.

## 5.1 Conclusiones generales

A fin de clarificar las aportaciones realizadas por este proyecto, se dispone a continuación una breve explicación de las mismas, de forma que puedan ser identificadas de forma sencilla.

La primera aportación realizada por este trabajo, es la obtención de resultados experimentales para los efectos suelo y techo en tuberías u obstáculos circulares bidimensionales (3.2.2 Obstáculos circulares). Así mismo, también fueron estudiadas las transiciones entre el vuelo libre y el inmerso en el seno de los efectos suelo y techo para una superficie lisa (3.2.1 Esquinas). En los resultados extraídos de ambos estudios, se concluyó (3.3 Conclusión de los Experimentos) que dichos efectos aerodinámicos están muy restringidos a la zona más próxima al obstáculo, descendiendo de forma vertiginosa según salimos de la zona de influencia de los obstáculos.

La otra aportación de relevancia es la creación de la herramienta encargada de generar el mapa de perturbaciones. Aunque limitada, dicha herramienta permite el conocimiento a priori de las perturbaciones aerodinámicas estimadas dado un entorno conocido. En el siguiente apartado, 5.2 Trabajos futuros, se definirán distintas posibilidades que reducirán su limitación y estudiarán las posibles aplicaciones e integración de la misma en las plataformas existentes en la actualidad.

## 5.2 Trabajos futuros

Con intención de determinar posibles líneas de mejora o desarrollo del conocimiento en el campo, en este apartado se definen numerosos enfoques para el estudio. Algunos de ellos estarán centrados en la mejora de la herramienta desarrollada, mientras que otros irán más dirigidos hacia la aplicabilidad de la misma.

Líneas de desarrollo de la herramienta:

- El primer punto que considerar será la realización de ensayos experimentales con el propósito de conocer la relación existente entre los diámetros del rotor y del obstáculo circular. Tal y como se ha explicado en apartados anteriores, el programa es únicamente capaz de trabajar con una combinación de diámetros de rotor y de tubería, esto es debido a que se descubrió que existía una relación entre las perturbaciones que el obstáculo generaba y el ratio mencionado, impidiendo extender la validez de los ensayos realizados para otros casos. Si se analizase y definiese dicha relación, sería posible implementar en la aplicación el cálculo de las perturbaciones aerodinámicas para distintas dimensiones de rotores y obstáculos circulares, mejorando enormemente su rango de aplicabilidad.
- Otra línea de investigación posible relativa a este proyecto sería el estudio de otras perturbaciones aerodinámicas. Dado que el efecto suelo y techo son los fenómenos que generan las variaciones en las fuerzas aerodinámicas más significantes, son los que se han estudiado en este trabajo, sin embargo, puede ser de interés el estudio de perturbaciones generadas por paredes, para su posterior inclusión en el programa, la cual no implicaría un gran trabajo, pues sería un proceso paralelo a los ya incluidos en este, siendo únicamente necesario el estudio de las mismas.

- Al igual que las dos previas líneas de investigación mencionadas, se pueden definir infinidad de estudios con el propósito de mejorar el conocimiento de los efectos aerodinámicos que tienen lugar (pues la aerodinámica de dicha situación es muy compleja), desde el análisis de las perturbaciones que generan superficies con un ángulo respecto del plano de rotación de la hélice, hasta el estudio de otras perturbaciones distintas al incremento de empuje, como las inestabilidades en el rotor o las producidas en otras condiciones de vuelo distintas a las de vuelo a punto fijo, y, de igual modo, mejorar la respuesta de la herramienta desarrollada.
- Otra posible rama de mejora para el proyecto es el estudio de la interacción entre obstáculos y la validez o forma de modificar los resultados obtenidos en el proyecto para dichos casos. Este desarrollo permitiría la implementación de obstáculos de formas complejas en la herramienta por medio de la superposición de las formas disponibles, y ampliando así el espectro de aplicabilidad del estudio.

Líneas de aplicación de la herramienta:

- Desde este punto de vista, podría desarrollarse un programa que contenga el modelo de la plataforma que se está volando (centro de gravedad, número de rotores, inercias...) y que, mediante la utilización de la herramienta fruto de este proyecto, obtenga las fuerzas y pares que sufrirá el vehículo en cuestión en función de su posición dentro de un entorno definido. Dicho programa puede incluirse en los controladores de forma que se realice un control predictivo, sabiendo de antemano el orden de las perturbaciones que se sufrirán por acercarse a un obstáculo, mejorando así el control para aquellas aplicaciones que necesiten de gran estabilidad y precisión. También podría implementarse en la planificación de rutas, para el ahorro de energía mediante el aprovechamiento de los efectos que aumentan el empuje de los rotores, permitiendo así una reducción de la potencia suministrada para obtener el mismo empuje.

# Bibliografía

---

- [1] K. P. Valavanis and G. J. Vachtsevanos, Eds., *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2015.
- [2] F. Ruggiero, V. Lippiello, and A. Ollero, "Aerial manipulation: A literature review." Preimpresión.
- [3] M. Á. Trujillo, J. R. Martínez-de Dios, C. Martín, A. Viguria, and A. Ollero, "Novel Aerial Manipulator for Accurate and Robust Industrial NDT Contact Inspection: A New Tool for the Oil and Gas Inspection Industry," *Sensors (Basel)*, vol. 19, no. 6, p. 1305, Mar. 2019.
- [4] P. J. Sanchez-Cuevas, P. Ramon-Soria, B. Arrue, A. Ollero, and G. Heredia, "Robotic System for Inspection by Contact of Bridge Beams Using UAVs," *Sensors (Basel)*, vol. 19, no. 2, p. 305, Jan. 2019.
- [5] <https://aeroarms-project.eu>.
- [6] <http://www.aerobi.eu>.
- [7] <http://www.resistproject.eu>.
- [8] <http://www.arcas-project.eu>.
- [9] <https://www.oulu.fi/hyflers/>.
- [10] A. Ollero and B. Siciliano, *Aerial Robotic Manipulation*. .
- [11] C. Powers, D. Mellinger, A. Kushleyev, B. Kothmann, and V. Kumar, "Influence of Aerodynamics and Proximity Effects in Quadrotor Flight BT - Experimental Robotics: The 13th International Symposium on Experimental Robotics," J. P. Desai, G. Dudek, O. Khatib, and V. Kumar, Eds. Heidelberg: Springer International Publishing, 2013, pp. 289–302.
- [12] P. Sanchez-Cuevas, G. Heredia, and A. Ollero, "Characterization of the Aerodynamic Ground Effect and Its Influence in Multirotor Control," *Int. J. Aerosp. Eng.*, vol. 2017, pp. 1–17, 2017.
- [13] P. J. Sanchez-Cuevas, G. Heredia, and A. Ollero, "Experimental Approach to the Aerodynamic Effects Produced in Multirotors Flying Close to Obstacles BT - ROBOT 2017: Third Iberian Robotics Conference," 2018, pp. 742–752.
- [14] A. E. Jimenez-Cano, P. J. Sanchez-Cuevas, P. Grau, A. Ollero, and G. Heredia, "Contact-based Bridge Inspection Multirotors: Design, Modelling and Control Con-sidering the Ceiling Effect," bajo segunda fase de revisión en *IEEE robotics and automation letters*, 2019.
- [15] A. R. Council., *The effect of the ground on a helicopter rotor in forward flight*. H.M.S.O., 1957.
- [16] P. J. Sanchez-Cuevas, G. Heredia, and A. Ollero, "Multirotor UAS for bridge inspection by contact using the ceiling effect," in *2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2017, pp. 767–774.
- [17] P. J. Sánchez Cuevas, "Estudio de efectos aerodinámicos sobre multicópteros," 2014.



# Anexo: Códigos

## pert\_mat\_1Robs

```
clear all; close all; clc
med_map=[200,300];
map=med_map+[1,1];
R=12;
R_obs=[100,75,100,50];
R_obs=R_obs+[1,1,0,0];

id_ge=round(3*R);
id_ce=round(2*R);
id_se=round(R);
cd_ge=round(R/2);
cd_ce=round(R/2);
cd_se=round(R); % cuidado!! se usa como distancia de influencia de las esquinas

v_b=0; % para representación gráfica usar 0.95

K1=6.924;
K2=3.782;

T_adim=ones(map);
[m,n]=size(T_adim);

z_dat=[R/2 5*R/6 7*R/6 3*R/2 13*R/6 3*R];
x_dat=[-R -3*R/4 -R/2 -R/4 0 R/4 R/2 3*R/4 R];
load('MatrizEsqSuelo.mat');
T_dat=carga_esq_suelo_adim2;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=-R:R;
z=R/2:3*R;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
msesq=F(X,Z);

z_dat=[R/2 2*R/3 5*R/6 7*R/6 3*R/2 2*R];
x_dat=[-R -3*R/4 -R/2 -R/4 0 R/4 R/2 3*R/4 R];
load('MatrizEsqTecho.mat');
T_dat=carga_esq_techo_adim1;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=-R:R;
z=R/2:2*R;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
mtesq=F(X,Z);

%situamos obstáculo
for i=R_obs(2):min(R_obs(2)+R_obs(4),m)
    for j=R_obs(1):min(R_obs(1)+R_obs(3),n)
        T_adim(i,j)=NaN;
    end
end
```

```

if R_obs(3)>2*round(R)
    d_esq=round(R);
    %suelo
    for j=min(R_obs(1)+d_esq+1,n):min(R_obs(1)+R_obs(3)-d_esq-1,n)
        for i=min(R_obs(2)+R_obs(4),m):min(R_obs(2)+R_obs(4)+id_ge,m)
            if i > R_obs(2)+R_obs(4) && i <= R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
                T_adim(i,j)=v_b;
            elseif i > R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
                T_adim(i,j)=1/(1-(R/(4*(i-(R_obs(2)+R_obs(4))))^2);
            end
        end
    end
end

%techo
for j=min(R_obs(1)+d_esq+1,n):min(R_obs(1)+R_obs(3)-d_esq-1,n)
    for i=R_obs(2):-1:max(R_obs(2)-id_ce,1)
        if i < R_obs(2) && i >= R_obs(2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=1/(1-1/K1*(R/((R_obs(2)-i)+K2))^2);
        end
    end
end
l=0;

else
    d_esq=floor(R_obs(3)/2);
    v=R_obs(3)/2-d_esq;
    if v==0
        l=1;
    else
        l=0;
    end
end

%lat der
for i=R_obs(2):min(R_obs(2)+R_obs(4),m)
    for j=min(R_obs(1)+R_obs(3),n):min(R_obs(1)+R_obs(3)+id_se,n)
        if j > R_obs(1)+R_obs(3) && j <= R_obs(1)+R_obs(3)+cd_se
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif j > R_obs(1)+R_obs(3)+cd_se
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j);
        end
    end
end

%lat izq
for i=R_obs(2):min(R_obs(2)+R_obs(4),m)
    for j=R_obs(1):-1:max(R_obs(1)-id_se,1)
        if j < R_obs(1) && j >= R_obs(1)-cd_se
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif j < R_obs(1)-cd_se
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j);
        end
    end
end

%esq sup.der
for j=min(R_obs(1)+R_obs(3)-d_esq,n):min(R_obs(1)+R_obs(3)+cd_se,n)
    i_x=j-(R_obs(1)+R_obs(3)-round(R))+1;
    for i=min(R_obs(2)+R_obs(4),m):min(R_obs(2)+R_obs(4)+id_ge,m)
        if i > R_obs(2)+R_obs(4) && i <= R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i > R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
            i_z=i-(R_obs(2)+R_obs(4)+round(R/2))+1;
            T_adim(i,j)=msesq(i_z,i_x);
        end
    end
end
end

```

```

%esq sup.izq
for j=min(R_obs(1)+d_esq-1,n):-1:max(R_obs(1)-cd_se,1)
    i_x=abs(j-(R_obs(1)+round(R)))+1;
    for i=min(R_obs(2)+R_obs(4),m):min(R_obs(2)+R_obs(4)+id_ge,m)
        if i > R_obs(2)+R_obs(4) && i <= R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i > R_obs(2)+R_obs(4)+cd_ge
            i_z=i-(R_obs(2)+R_obs(4)+round(R/2))+1;
            T_adim(i,j)=msesq(i_z,i_x);
        end
    end
end

%esq inf.der
for j=min(R_obs(1)+R_obs(3)-d_esq,n):min(R_obs(1)+R_obs(3)+cd_se,n)
    i_x=j-(R_obs(1)+R_obs(3)-round(R))+1;
    for i=R_obs(2):-1:max(R_obs(2)-id_ce,1)
        if i < R_obs(2) && i >= R_obs(2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(2)-cd_ce
            i_z=abs(i-(R_obs(2)-round(R/2)))+1;
            T_adim(i,j)=mtesq(i_z,i_x);
        end
    end
end

%esq inf.izq
for j=min(R_obs(1)+d_esq-1,n):-1:max(R_obs(1)-cd_se,1)
    i_x=abs(j-(R_obs(1)+round(R)))+1;
    for i=R_obs(2):-1:max(R_obs(2)-id_ce,1)
        if i < R_obs(2) && i >= R_obs(2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(2)-cd_ce
            i_z=abs(i-(R_obs(2)-round(R/2)))+1;
            T_adim(i,j)=mtesq(i_z,i_x);
        end
    end
end

% % Representación gráfica
% mesh(0:(n-1),0:(m-1),T_adim)
% D=max(med_map);
% axis([0 D 0 D])
% colormap(jet)

```

## pert\_map\_1Cobs

```
clear all; close all; clc
map=[200,300];
map=map+[1,1];
R=11.43;
C_obs=[150,100,10];
C_obs=C_obs+[1,1,0];

id_z=40;%round(3.15*R);
id_xs=13;%round(1.14*R);
id_xt=12;
cd_z=6;%round(0.6*R);
cd_x=round(R);

T_adim=ones(map);
[m,n]=size(T_adim);

z_dat=[7 9 12 16.5 24 30 36 40];
x_dat=[0 3 6 9 12 17 20 23];
load('MatrizSuelo.mat');
T_dat=carga_matriz_norm_nueva;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=0:23;
z=7:40;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
msc=F(X,Z);

z_dat=[7 9 12 16.5 24 30 36 40];
x_dat=[0 3 6 9 12 17 20 22];
load('MatrizTecho.mat');
T_dat=carga_matriz_norm_nueva;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=0:22;
z=7:40;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
mtc=F(X,Z);
v_b=0; % para representación gráfica usar 0.95

for j=max(C_obs(1)-C_obs(3)-cd_x,1):min([C_obs(1)+C_obs(3)+cd_x,n])
    for i=max(C_obs(2)-C_obs(3)-cd_z,1):min(C_obs(2)+C_obs(3)+cd_z,m)
        if sqrt((j-C_obs(1))^2+(i-C_obs(2))^2) <= C_obs(3)
            T_adim(i,j)=NaN;
        else
            T_adim(i,j)=v_b;
        end
    end
end

for j=max(C_obs(1)-C_obs(3)-id_xs,1):min([C_obs(1)+C_obs(3)+id_xs,n])
    i_x=abs(j-C_obs(1))+1;
    for i=min(C_obs(2)+C_obs(3)+cd_z,m):min(C_obs(2)+C_obs(3)+id_z,m)
        if i > C_obs(2)+C_obs(3)+cd_z
            i_z=i-(C_obs(2)+C_obs(3)+7)+1;
            T_adim(i,j)=msc(i_z,i_x);
        end
    end
end

for j=max(C_obs(1)-C_obs(3)-id_xt,1):min([C_obs(1)+C_obs(3)+id_xt,n])
    i_x=abs(j-C_obs(1))+1;
    for i=max(C_obs(2)-C_obs(3)-cd_z,1):-1:max(C_obs(2)-C_obs(3)-id_z,1)
        if i < C_obs(2)-C_obs(3)-cd_z
            i_z=C_obs(2)-C_obs(3)-7-i+1;
            T_adim(i,j)=mtc(i_z,i_x);
        end
    end
end

% % Representación gráfica
% mesh(0:(n-1),0:(m-1),T_adim)
% axis([0 300 0 300])
% colormap(jet)
```



## pert\_map\_nRobs

```

clear all; close all; clc
med_map=[200,300];
map=med_map+[1,1];
R=12;
R_obs=[70,70,40,50;10,15,40,50;200,140,20,20;180,54,12,3;170,5,20,30];
[p,~]=size(R_obs);
R_obs=R_obs+[1,1,0,0];

id_ge=round(3*R);
id_ce=round(2*R);
id_se=round(R);
cd_ge=round(R/2);
cd_ce=round(R/2);
cd_se=round(R); % cuidado!! se usa como distancia de influencia de las esquinas

v_b=0; % para representación gráfica usar 0.95

K1=6.924;
K2=3.782;

T_adim=ones(map);
[m,n]=size(T_adim);

z_dat=[R/2 5*R/6 7*R/6 3*R/2 13*R/6 3*R];
x_dat=[-R -3*R/4 -R/2 -R/4 0 R/4 R/2 3*R/4 R];
load('MatrizEsqSuelo.mat');
T_dat=carga_esq_suelo_adim1;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=-R:R;
z=R/2:3*R;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
msesq=F(X,Z);

z_dat=[R/2 2*R/3 5*R/6 7*R/6 3*R/2 2*R];
x_dat=[-R -3*R/4 -R/2 -R/4 0 R/4 R/2 3*R/4 R];
load('MatrizEsqTecho.mat');
T_dat=carga_esq_techo_adim;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=-R:R;
z=R/2:2*R;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
mtesq=F(X,Z);

%situamos obstáculos
for k=1:p
    for i=R_obs(k,2):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m)
        for j=R_obs(k,1):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3),n)
            T_adim(i,j)=NaN;
        end
    end
end

for k=1:p
    if R_obs(k,3)>2*round(R)
        d_esq=round(R);
        %suelo
        for j=min(R_obs(k,1)+d_esq+1,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq-1,n)
            for i=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)
                if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)
                    break
                elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4) && i <= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
                    T_adim(i,j)=v_b;
                elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
                    T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+1/(1-(R/(4*(i-
(R_obs(k,2)+R_obs(k,4))))^2)-1;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

%techo
for j=min(R_obs(k,1)+d_esq+1,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq-1,n)
    for i=R_obs(k,2):-1:max(R_obs(k,2)-id_ce,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)
            break
        elseif i < R_obs(k,2) && i >= R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+1/(1-1/K1*(R/((R_obs(k,2)-i)+K2))^2)-1;
        end
    end
end

l=0;
else
    d_esq=floor(R_obs(k,3)/2);
    v=R_obs(k,3)/2-d_esq;
    if v==0
        l=1;
    else
        l=0;
    end
end

%lat der
for i=R_obs(k,2):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m)
    for j=min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3),n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+id_se,n)
        if isnan(T_adim(i,j)) && j ~= R_obs(k,1)+R_obs(k,3)
            break
        elseif j > R_obs(k,1)+R_obs(k,3) && j <= R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif j > R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se && T_adim(i,j) ~= v_b
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j);
        end
    end
end

%lat izq
for i=R_obs(k,2):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m)
    for j=R_obs(k,1):-1:max(R_obs(k,1)-id_se,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && j ~= R_obs(k,1)
            break
        elseif j < R_obs(k,1) && j >= R_obs(k,1)-cd_se
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif j < R_obs(k,1)-cd_se && T_adim(i,j) ~= v_b
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j);
        end
    end
end

%esq sup.der
i_esq=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)+1;
for j=min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se,n)
    i_x=j-(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-round(R))+1;
    for i=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)
            if i < i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i >= i_esq
            break
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4) && i <= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=i-(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+round(R/2))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end
end

```

```

%esq sup.izq
i_esq=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)+1;
for j=min(R_obs(k,1)+d_esq-l,n):-1:max(R_obs(k,1)-cd_se,1)
    i_x=abs(j-(R_obs(k,1)+round(R)))+1;
    for i=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)
            if i < i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i >= i_esq
            break
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4) && i <= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=i-(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+round(R/2))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

%esq inf.der
i_esq=max(R_obs(k,2)-id_ce,1)-1;
for j=min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se,n)
    i_x=j-(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-round(R))+1;
    for i=R_obs(k,2):-1:max(R_obs(k,2)-id_ce,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < R_obs(k,2) && i >= R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(k,2)-cd_ce && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=abs(i-(R_obs(k,2)-round(R/2)))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

%esq inf.izq
i_esq=max(R_obs(k,2)-id_ce,1)-1;
for j=min(R_obs(k,1)+d_esq-l,n):-1:max(R_obs(k,1)-cd_se,1)
    i_x=abs(j-(R_obs(k,1)+round(R)))+1;
    for i=R_obs(k,2):-1:max(R_obs(k,2)-id_ce,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < R_obs(k,2) && i >= R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(k,2)-cd_ce && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=abs(i-(R_obs(k,2)-round(R/2)))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

end

end

end

% % Representación gráfica
% mesh(0:(n-1),0:(m-1),T_adim)
% D=max(max(map));
% axis([0 D 0 D])
% colormap(jet)

```

## pert\_map\_nCobs

```
clear all; close all; clc
map=[200,300];
map=map+[1,1];
R=11.43;
C_obs=[190,65,10;75,130,10;210,135,10];
[p,~]=size(C_obs);
C_obs=C_obs+[1,1,0];

id_z=40;%round(3.15*R);
id_xs=13;%round(1.14*R);
id_xt=12;
cd_z=6;%round(0.6*R);
cd_x=round(R);

v_b=0; % para representación gráfica usar 0.95

T_adim=ones(map);
[m,n]=size(T_adim);

for k=1:p
    for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3)-cd_x,1):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3)+cd_x,n])
        for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m)
            if sqrt((j-C_obs(k,1))^2+(i-C_obs(k,2))^2) <= C_obs(k,3)
                T_adim(i,j)=NaN;
            elseif ~isnan(T_adim(i,j))
                T_adim(i,j)=v_b;
            end
        end
    end
end

z_dat=[7 9 12 16.5 24 30 36 40];
x_dat=[0 3 6 9 12 17 20 23];
load('MatrizSuelo.mat');
T_dat=carga_matriz_norm_nueva;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=0:23;
z=7:40;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
msc=F(X,Z);

z_dat=[7 9 12 16.5 24 30 36 40];
x_dat=[0 3 6 9 12 17 20 22];
load('MatrizTecho.mat');
T_dat=carga_matriz_norm_nueva;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=0:22;
z=7:40;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
mtc=F(X,Z);
```

```

for k=1:p

%central suelo
for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n])
i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
for i=min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m)
if isnan(T_adim(i,j))
break
elseif i > C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b
i_z=i-C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1;
T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msc(i_z,i_x)-1;
end
end
end

%central techo
for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n])
i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):-1:max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-id_z,1)
if isnan(T_adim(i,j))
break
elseif i < C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b
i_z=C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1-i;
T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtc(i_z,i_x)-1;
end
end
end

%esq sup.der
i_esq=min([C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m])+1;
for j=min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n]):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3)+id_xs,n])
i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
for i=min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m)
if isnan(T_adim(i,j))
if i < i_esq
i_esq=i;
end
break
elseif i >= i_esq
break
elseif i > C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j >
C_obs(k,1)+C_obs(k,3)
i_z=i-C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1;
T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msc(i_z,i_x)-1;
end
end
end

%esq sup.izq
i_esq=min([C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m])+1;
for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):-1:max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3)-id_xs,1)
i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
for i=min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m)
if isnan(T_adim(i,j))
if i < i_esq
i_esq=i;
end
break
elseif i >= i_esq
break
elseif i > C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j <
C_obs(k,1)-C_obs(k,3)
i_z=i-C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1;
T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msc(i_z,i_x)-1;
end
end
end
end

```

```

%esq inf.der
i_esq=max([C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-id_z,1])-1;
for j=min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n]):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3)+id_xt,n])
    i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
    for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):-1:max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-id_z,1)
        if isnan(T_adim(i,j))
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j >
C_obs(k,1)+C_obs(k,3)
            i_z=C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1-i;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtc(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

%esq inf.izq
i_esq=max([C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-id_z,1])-1;
for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):-1:max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3)-id_xt,1)
    i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
    for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):-1:max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-id_z,1)
        if isnan(T_adim(i,j))
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j <
C_obs(k,1)-C_obs(k,3)
            i_z=C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1-i;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtc(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

end

% % Representación gráfica
% mesh(0:(n-1),0:(m-1),T_adim)
% axis([0 300 0 300])
% colormap(jet)

```

## pert\_map\_final

```
clear all; close all; clc
med_map=[200,300];
map=med_map+[1,1];
R=11.43;

R_obs=zeros(1,4);
C_obs=zeros(1,3);

R_obs=[70,70,40,50;10,15,40,50;200,140,20,20;200,5,5,20;170,5,10,30];
[pr,~]=size(R_obs);
R_obs=R_obs+[1,1,0,0];
C_obs=[150,100,10;50,150,10;180,160,10];
[pc,~]=size(C_obs);
C_obs=C_obs+[1,1,0];

id_ge=round(3*R);
id_ce=round(2*R);
id_se=round(R);
cd_ge=round(R/2);
cd_ce=round(R/2);
cd_se=round(R); % cuidado!! se usa como distancia de influencia de las esquinas

K1=6.924;
K2=3.782;

id_z=40;%round(3.15*R);
id_xs=13;%round(1.14*R);
id_xt=12;
cd_z=6;%round(0.6*R);
cd_x=round(R);

v_b=0; % para representación gráfica usar 0.95

T_adim=ones(map);
[m,n]=size(T_adim);

z_dat=[R/2 5*R/6 7*R/6 3*R/2 13*R/6 3*R];
x_dat=[-R -3*R/4 -R/2 -R/4 0 R/4 R/2 3*R/4 R];
load('MatrizEsqSuelo.mat');
T_dat=carga_esq_suelo_adim2;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=-R:R;
z=R/2:3*R;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
msesq=F(X,Z);

z_dat=[R/2 2*R/3 5*R/6 7*R/6 3*R/2 2*R];
x_dat=[-R -3*R/4 -R/2 -R/4 0 R/4 R/2 3*R/4 R];
load('MatrizEsqTecho.mat');
T_dat=carga_esq_techo_adim1;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=-R:R;
z=R/2:2*R;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
mtesq=F(X,Z);

z_dat=[7 9 12 16.5 24 30 36 40];
x_dat=[0 3 6 9 12 17 20 23];
load('MatrizSuelo.mat');
T_dat=carga_matriz_norm_nueva;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=0:23;
z=7:40;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
msc=F(X,Z);
```

```

z_dat=[7 9 12 16.5 24 30 36 40];
x_dat=[0 3 6 9 12 17 20 22];
load('MatrizTecho.mat');
T_dat=carga_matriz_norm_nueva;
[X_dat,Z_dat]=ndgrid(z_dat,x_dat);
F=griddedInterpolant(X_dat,Z_dat,T_dat,'spline');
x=0:22;
z=7:40;
[X,Z]=ndgrid(z,x);
mtc=F(X,Z);

if R_obs(1,3)~=0
    for k=1:pr
        for i=R_obs(k,2):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m)
            for j=R_obs(k,1):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3),n)
                T_adim(i,j)=NaN;
            end
        end
    end
end

if C_obs(1,3)~=0
    for k=1:pc
        for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3)-cd_x,1):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3)+cd_x,n])
            for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m)
                if sqrt((j-C_obs(k,1))^2+(i-C_obs(k,2))^2) <= C_obs(k,3)
                    T_adim(i,j)=NaN;
                elseif ~isnan(T_adim(i,j))
                    T_adim(i,j)=v_b;
                end
            end
        end
    end
end

if R_obs(1,3)~=0
    for k=1:pr
        if R_obs(k,3)>2*round(R)
            d_esq=round(R);
            %suelo
            for j=min(R_obs(k,1)+d_esq+1,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq-1,n)
                for i=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)
                    if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)
                        break
                    elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4) && i <=
                        R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
                        T_adim(i,j)=v_b;
                    elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
                        T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+1/(1-(R/(4*(i-
                            (R_obs(k,2)+R_obs(k,4))))^2)-1;
                    end
                end
            end
            %techo
            for j=min(R_obs(k,1)+d_esq+1,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq-1,n)
                for i=R_obs(k,2):-1:max(R_obs(k,2)-id_ce,1)
                    if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)
                        break
                    elseif i < R_obs(k,2) && i >= R_obs(k,2)-cd_ce
                        T_adim(i,j)=v_b;
                    elseif i < R_obs(k,2)-cd_ce
                        T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+1/(1-1/K1*(R/((R_obs(k,2)-
                            i)+K2))^2)-1;
                    end
                end
            end
        end
    end
    l=0;

```



```

else
    d_esq=floor(R_obs(k,3)/2);
    v=R_obs(k,3)/2-d_esq;
    if v==0
        l=1;
    else
        l=0;
    end
end

%lat der
for i=R_obs(k,2):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m)
    for j=min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3),n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+id_se,n)
        if isnan(T_adim(i,j)) && j ~= R_obs(k,1)+R_obs(k,3)
            break
        elseif j > R_obs(k,1)+R_obs(k,3) && j <= R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif j > R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se && T_adim(i,j) ~= v_b
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j);
        end
    end
end

%lat izq
for i=R_obs(k,2):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m)
    for j=R_obs(k,1):-1:max(R_obs(k,1)-id_se,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && j ~= R_obs(k,1)
            break
        elseif j < R_obs(k,1) && j >= R_obs(k,1)-cd_se
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif j < R_obs(k,1)-cd_se && T_adim(i,j) ~= v_b
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j);
        end
    end
end

%esq sup.der
i_esq=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)+1;
for j=min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se,n)
    i_x=j-(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-round(R))+1;
    for i=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)
            if i < i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i >= i_esq
            break
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4) && i <= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=i-(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+round(R/2))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end
end

```

```

%esq sup.izq
i_esq=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)+1;
for j=min(R_obs(k,1)+d_esq-1,n):-1:max(R_obs(k,1)-cd_se,1)
    i_x=abs(j-(R_obs(k,1)+round(R)))+1;
    for i=min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4),m):min(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+id_ge,m)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)
            if i < i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i >= i_esq
            break
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4) && i <= R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i > R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+cd_ge && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=i-(R_obs(k,2)+R_obs(k,4)+round(R/2))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

%esq inf.der
i_esq=max(R_obs(k,2)-id_ce,1)-1;
for j=min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-d_esq,n):min(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)+cd_se,n)
    i_x=j-(R_obs(k,1)+R_obs(k,3)-round(R))+1;
    for i=R_obs(k,2):-1:max(R_obs(k,2)-id_ce,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < R_obs(k,2) && i >= R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(k,2)-cd_ce && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=abs(i-(R_obs(k,2)-round(R/2)))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

%esq inf.izq
i_esq=max(R_obs(k,2)-id_ce,1)-1;
for j=min(R_obs(k,1)+d_esq-1,n):-1:max(R_obs(k,1)-cd_se,1)
    i_x=abs(j-(R_obs(k,1)+round(R)))+1;
    for i=R_obs(k,2):-1:max(R_obs(k,2)-id_ce,1)
        if isnan(T_adim(i,j)) && i ~= R_obs(k,2)
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < R_obs(k,2) && i >= R_obs(k,2)-cd_ce
            T_adim(i,j)=v_b;
        elseif i < R_obs(k,2)-cd_ce && T_adim(i,j) ~= v_b
            i_z=abs(i-(R_obs(k,2)-round(R/2)))+1;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtesq(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end
end
end
end

```

```

if C_obs(1,3)~=0
    for k=1:pc

        %central suelo
        for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n])
            i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
            for
                i=min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m)
                    if isnan(T_adim(i,j))
                        break
                    elseif i > C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b
                        i_z=i-C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1;
                        T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msc(i_z,i_x)-1;
                    end
                end
            end
        end

        %central techo
        for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n])
            i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
            for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):-1:max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-
id_z,1)
                if isnan(T_adim(i,j))
                    break
                elseif i < C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b
                    i_z=C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1-i;
                    T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtc(i_z,i_x)-1;
                end
            end
        end

        %esq sup.der
        i_esq=min([C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m])+1;
        for j=min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n]):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3)+id_xs,n])
            i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
            for
                i=min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m)
                    if isnan(T_adim(i,j))
                        if i < i_esq
                            i_esq=i;
                        end
                        break
                    elseif i >= i_esq
                        break
                    elseif i > C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j >
C_obs(k,1)+C_obs(k,3)
                        i_z=i-C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1;
                        T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msc(i_z,i_x)-1;
                    end
                end
            end

        %esq sup.izq
        i_esq=min([C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m])+1;
        for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):-1:max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3)-id_xs,1)
            i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
            for
                i=min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z,m):min(C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+id_z,m)
                    if isnan(T_adim(i,j))
                        if i < i_esq
                            i_esq=i;
                        end
                        break
                    elseif i >= i_esq
                        break
                    elseif i > C_obs(k,2)+C_obs(k,3)+cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j <
C_obs(k,1)-C_obs(k,3)
                        i_z=i-C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1;
                        T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+msc(i_z,i_x)-1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

%esq inf.der
i_esq=max([C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-id_z,1])-1;
for j=min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3),n]):min([C_obs(k,1)+C_obs(k,3)+id_xt,n])
    i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
    for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):-1:max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-
id_z,1)
        if isnan(T_adim(i,j))
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j >
C_obs(k,1)+C_obs(k,3)
            i_z=C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1-i;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtc(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

%esq inf.izq
i_esq=max([C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-id_z,1])-1;
for j=max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3),1):-1:max(C_obs(k,1)-C_obs(k,3)-id_xt,1)
    i_x=abs(j-C_obs(k,1))+1;
    for i=max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z,1):-1:max(C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-
id_z,1)
        if isnan(T_adim(i,j))
            if i > i_esq
                i_esq=i;
            end
            break
        elseif i <= i_esq
            break
        elseif i < C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-cd_z && T_adim(i,j) ~= v_b && j <
C_obs(k,1)-C_obs(k,3)
            i_z=C_obs(k,2)-C_obs(k,3)-7+1-i;
            T_adim(i,j)=T_adim(i,j)+mtc(i_z,i_x)-1;
        end
    end
end

end

end

% % Representación gráfica
% mesh(0:(n-1),0:(m-1),T_adim)
% D=max(med_map);
% axis([0 D 0 D])
% colormap(jet)

```